Kontrollblatt zu Computergraphik I
– Vektoroperationen –
Lehrstuhl für Computergraphik und Multimediasysteme

Aufgabe 1 (Skalarprodukt)

a) Welchen Winkel schließen die folgenden zwei Vektoren ein:

$$\vec{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}, \; \vec{\mathbf{v}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

b) Für den Satz von Pythagoras gilt für zwei zueinander senkrechte Vektoren:

$$||\vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{w}}||^2 = ||\vec{\mathbf{v}}||^2 + ||\vec{\mathbf{w}}||^2$$

Leiten Sie daraus die folgenden Formel her:

$$v_1 w_1 + v_2 w_2 + \ldots + v_n w_n = 0$$

c) Bestimmen Sie alle Vektoren die senkrecht auf $\vec{\mathbf{v}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ stehen:

Aufgabe 2 (Kreuzprodukt und Spatprodukt)

a) Zeigen Sie das der Vektor $\vec{\mathbf{u}} = \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{w}}$ senkrecht zu $\vec{\mathbf{v}}$ und $\vec{\mathbf{w}}$ ist.
b) Finden Sie drei Vektoren im 3D mit assoziativem Kreuzprodukt.
c) Welches Volumen hat das Parallelepiped aufgespannt durch die Vektoren:

$$\vec{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{\mathbf{v}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{\mathbf{w}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3 (Tensorprodukt)

a) Spiegeln Sie den Vektor $\vec{\mathbf{u}}$ an dem Vektor $\vec{\mathbf{s}}$:

$$\vec{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.5 \end{pmatrix}, \vec{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Berechnen Sie den Lotfußpunkt von $\vec{\mathbf{p}}$ auf die Gerade $\mathbf{g}$.

$$\mathbf{g}(\alpha) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{\mathbf{p}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c) Projizieren Sie den Punkt $\vec{\mathbf{p}}$ senkrecht auf die Ebene $\mathbf{E}$:

$$\vec{\mathbf{p}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} := \left\{ \vec{\mathbf{x}} \in R^3 \,|\, 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \right\}$$