

Computergraphik II

Prof. Dr. Andreas Kolb

Fachgruppe Computergraphik und Multimediasysteme

Universität Siegen – Fachbereich 12

Version: 25. Januar 2005

12 Prozedurale Animation



Prozedurale Animation beschreibt Objektattribute (Position etc.) über *Prozeduren*

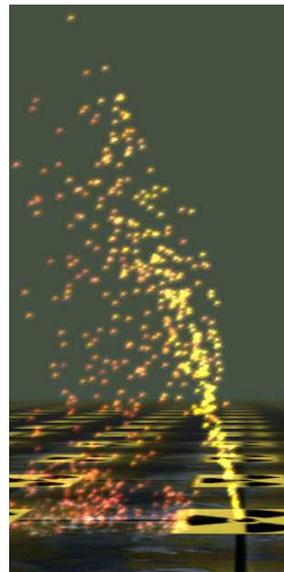
Prozeduren, z.B. physikalische Gesetze (ggf. vereinfacht), auch „artistisch“

Zielsetzung: Modellierung *dynamischer Systeme*, wie z.B.:

- Feuer, Wasser, Wolken und Rauch (→ ungekoppelte Partikelsysteme)
- Tierschwärme, Kleidung (→ gekoppelte Partikelsysteme)



Startrek II: Planetary Firewall



HW-beschleunigte Simulation





Ansatz: Partikel sind *Massepunkte ohne Ausdehnung*

Partikel-Attribute: Ein Partikel wird beschrieben durch:

- *Initial:* Position, Geschwindigkeit und Masse, sowie Lebenszeit
- *Optional:* Form/Geometrie und visuelle Attribute (Farbe, Transparenz, ...)

Partikelsysteme bestehen aus

- *Partikelquelle* emittiert Partikel und legt initiale Größen durch Zufallsvariablen, z.B.

$$\text{Anzahl der Partikel: } N = N_E + z \cdot N_V$$

wobei N_E Erwartungswert; N_V Standardabweichung
und z gleichverteilte Zufallsvariable

- *Äußere Einflüsse* beeinflussen Partikel; z.B. Gravitation, Kollisionsfähigkeit, Kräfte zwischen Partikeln



Animationszyklus für Partikelsysteme

Grundsätzlich wird *zeitdiskret* simuliert

while (true) do

1. Partikelerzeugung
2. Entferne Partikel mit abgelaufener Lebenszeit
3. update der Partikel-Eigenschaften mittels Procedures
4. Rendering

Rendering von Partikeln

Das Rendering von Partikeln kann erfolgen

direkt als Punkte oder Point-Sprite (z.B. Feuer)

durch Komplexe Geometrien: Partikel und -eigenschaften sind Kontrollgrößen zur Geometrieerzeugung; Beispiel: implizite Flächen - Wasserfall





Bemerkung:

Zur Kontrolle von Partikel-Eigenschaften kommen zum Einsatz:

1. Zufallsgrößen
2. physikalische Gesetze, z.B. Fallgesetz

Physikalische Gesetze (Position)

Zusammenhänge zwischen Position \mathbf{P} , Geschwindigkeit \vec{v} , Beschleunigung \vec{a} und Kraft \vec{F} :

$$\text{Zeitabhängiges } \vec{v} \quad \mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t_0) + \int_{t_0}^t \vec{v}(t) dt \iff \vec{v}(t) = \mathbf{P}'(t)$$

$$\text{Konstantes } \vec{v} \quad \mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t_0) + \vec{v}(t - t_0)$$

$$\text{Zeitabhängiges } \vec{a} \quad \vec{v}(t) = \vec{v}(t_0) + \int_{t_0}^t \vec{a}(t) dt \iff \vec{a}(t) = \vec{v}'(t)$$

$$\text{Konstantes } \vec{a} \quad \vec{v}(t) = \vec{v}(t_0) + \vec{a}(t - t_0)$$

$$\text{Kraftgesetz:} \quad \vec{F}(t) = m\vec{a}'(t) = m \cdot \vec{v}'(t) = m\mathbf{P}''(t)$$

12.1.2 Kräfte auf Teilchen



Erdanziehungskraft: $g = 9.81 \frac{kg \cdot m}{s^2}$ (in y -Richtung)

Kraftfelder: „Artistische“ Kräfte z.B. bzgl. eines Punktes \mathbf{C} :

$$\vec{\mathbf{F}}(\mathbf{P}) = k \cdot \frac{\mathbf{C} - \mathbf{P}}{\|\mathbf{C} - \mathbf{P}\|} \quad (\text{Anziehung in Richtung } \mathbf{C})$$

Idee: Strömungsmechanik

Beschreibung eines *Strömungsfeldes* $\vec{\mathbf{v}}(\mathbf{P}, t)$, in dem sich Partikel bewegen.

Beispiel: Gase (Wind), Flüssigkeiten, allgemein *Fluid*

Ansatz: Vereinfachte Strömungsmechanik

Wir betrachten 2D-Strömungen unter folgenden Einschränkungen:

1. Fluid ist *inkompressibel*, d.h. es gilt die sog. *Kontinuitätsgleichung* (*Konti-Gleichung*)
2. Strömung ist *rotationsfrei*, d.h. Fluid-Partikel haben nur eine lineare Bewegung



Die Konti-Gleichung (3D)

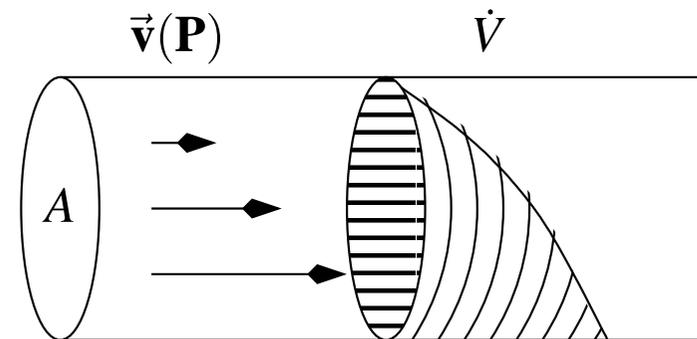
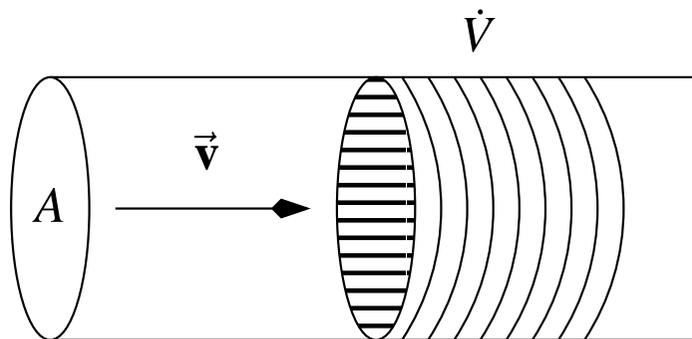
Voraussetzung: Das Fluid ist *inkompressibel*

Volumen $V [m^3]$: Raummaß für das betrachtete Fluid

Volumenstrom-Durchsatz $V' [m^3/s]$: Aufgrund der Strömung durch eine Fläche A bewegtes Volumen.

$$\text{Konstante Strömung: } V' = A \cdot \vec{v}$$

$$\text{Allgemeine Strömung: } V'(t) = \int_A \vec{v}(\mathbf{P}, t) d\mathbf{P}$$



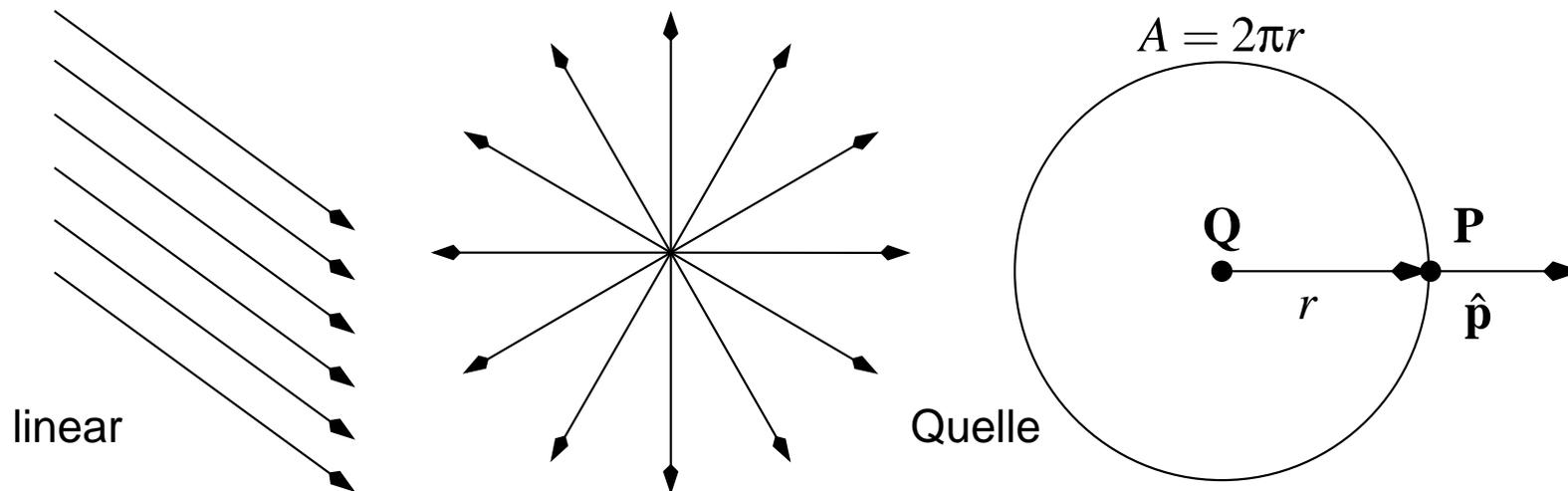
Einfache 2D-Strömungsprimitive

Linear: Geschwindigkeit unabhängig vom Ort $\vec{v}_l(\mathbf{P}, t) = \vec{v}(t)$

Quelle/Senke: • „Austreten“ eines Volumenstrom-Durchsatzes $V'(t)$ im Punkt \mathbf{Q}

- Vorzeichen legt Quelle/Senke fest
- zu durchdringende Fläche (2D $\hat{=}$ Länge) in Abstand r : $A_r = 2\pi r$
- Konti-Gleichung liefert bei konstantem Volumenstrom-Durchsatz

$$\vec{v}_q(\mathbf{P}, t) = \frac{V'(t)}{2\pi r} \hat{\mathbf{p}}, \quad \hat{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{P} - \mathbf{Q}}{r}$$



Einfache 2D-Strömungsprimitive

Zirkulation: Kreisförmige Bewegung des Fluids um den Punkt \mathbf{M}

Auf einer Kreisbahn um \mathbf{M} mit Radius r ist:

$$\text{Zirkulation } C(r) := \int_{s=0}^{2\pi r} v_{rad}(\mathbf{P}(s)) ds$$

Radialgeschwindigkeit v_{rad} tangential (Drehrichtung durch Vorzeichen)

Kreispunkt $\mathbf{P}(s)$ s Längeneinheiten von $\mathbf{P}(0)$

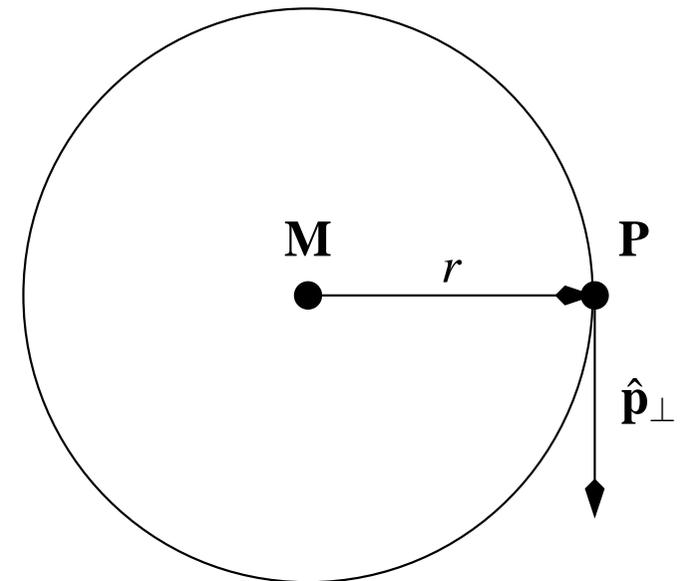
Ideale Zirkulation: 1. Konstante Zirkulation: $C(r) = C$

2. Kreisgeschwindigkeit konstant: $v_{rad}(\mathbf{P}(s)) = v_{rad}(r)$

$$\text{damit } C = \int_{s=0}^{2\pi r} v_{rad}(r) ds = 2\pi r v_{rad}(r)$$

$$\vec{v}_r(\mathbf{P}) = v_{rad}(\|\mathbf{P} - \mathbf{M}\|) \hat{\mathbf{p}}_{\perp} = \frac{C(t)}{2\pi \|\mathbf{P} - \mathbf{M}\|} \hat{\mathbf{p}}_{\perp}$$

wobei $\hat{\mathbf{p}}_{\perp}$ Tangentialvektor in \mathbf{P} an Kreis

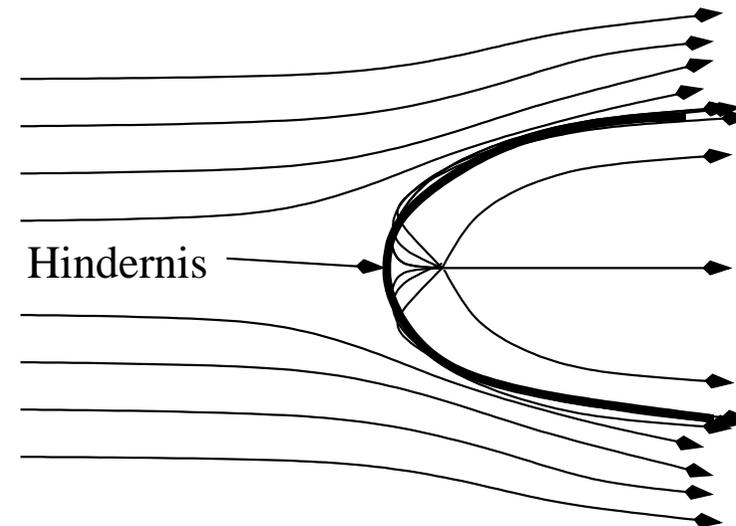
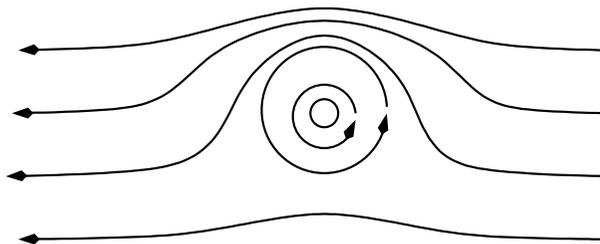


Überlagerung von Strömungsprimitiven

Strömungsfelder können durch Überlagerung der Strömungsprimitive modelliert werden:

$$\vec{v}(\mathbf{P}, t) = \vec{v}_l(\mathbf{P}, t) + \vec{v}_q(\mathbf{P}, t) + \vec{v}_r(\mathbf{P}, t)$$

Beispiele:





Fließkraft auf Teilchen

Beachte: Fließgeschwindigkeit \neq Teilchengeschwindigkeit (Trägheit)

Ziel: Beeinflussung der Teilchen durch Strömung über Kraft

Physik: Stokes'sches Reibungsgesetz auf Teilchen mit Radius a

$$\vec{F} = 6\pi a \eta (\vec{v}_{field} - \vec{v}_{particle}), \quad \eta \text{ Reibungskoeffizient}$$

Vereinfacht: $\vec{F} = \alpha (\vec{v}_{field} - \vec{v}_{particle})$, wobei $\alpha [kg/s]$ Kopplungsparameter zwischen Partikel- und Flußgeschwindigkeit (α groß \implies Teilchen folgt Fluß stärker)

Reale Objekte: Beeinflussung von Position und *Orientierung*. Ansätze

Formal mathematisch: Gesucht ist ein Partikelbahn $\mathbf{P}(t)$, welche die Differentialgleichung

$$\vec{\mathbf{F}}(\mathbf{P}(t), t) = m\mathbf{P}''(t)$$

mit Randbedingung $\mathbf{P}(t_0) = \mathbf{P}_0$, $\vec{\mathbf{v}}(t_0) = \vec{\mathbf{v}}_0$ löst

Numerische Lösung: in diskreten Zeitschritten $t_i = t_0 + i * \Delta_t$ und Linearisierung

- *Zustandsvektor:* $(\mathbf{P}_i, \vec{\mathbf{v}}_i, m)$ initial für $t = t_0$: $(\mathbf{P}_0, \vec{\mathbf{v}}_0, m)$
- *Zeitschritt* $i \longrightarrow i + 1$ bei bekannter Kraft $\vec{\mathbf{F}}(\mathbf{P}(t), t)$:

$$\vec{\mathbf{a}}_{i+1} = \vec{\mathbf{F}}(\mathbf{P}_{i+1}, t_{i+1}) / m$$

$$\vec{\mathbf{v}}_{i+1} = \vec{\mathbf{v}}_i + \Delta_t \vec{\mathbf{a}}_{i+1}$$

$$\mathbf{P}_{i+1} = \mathbf{P}_i + \Delta_t \vec{\mathbf{v}}_{i+1},$$

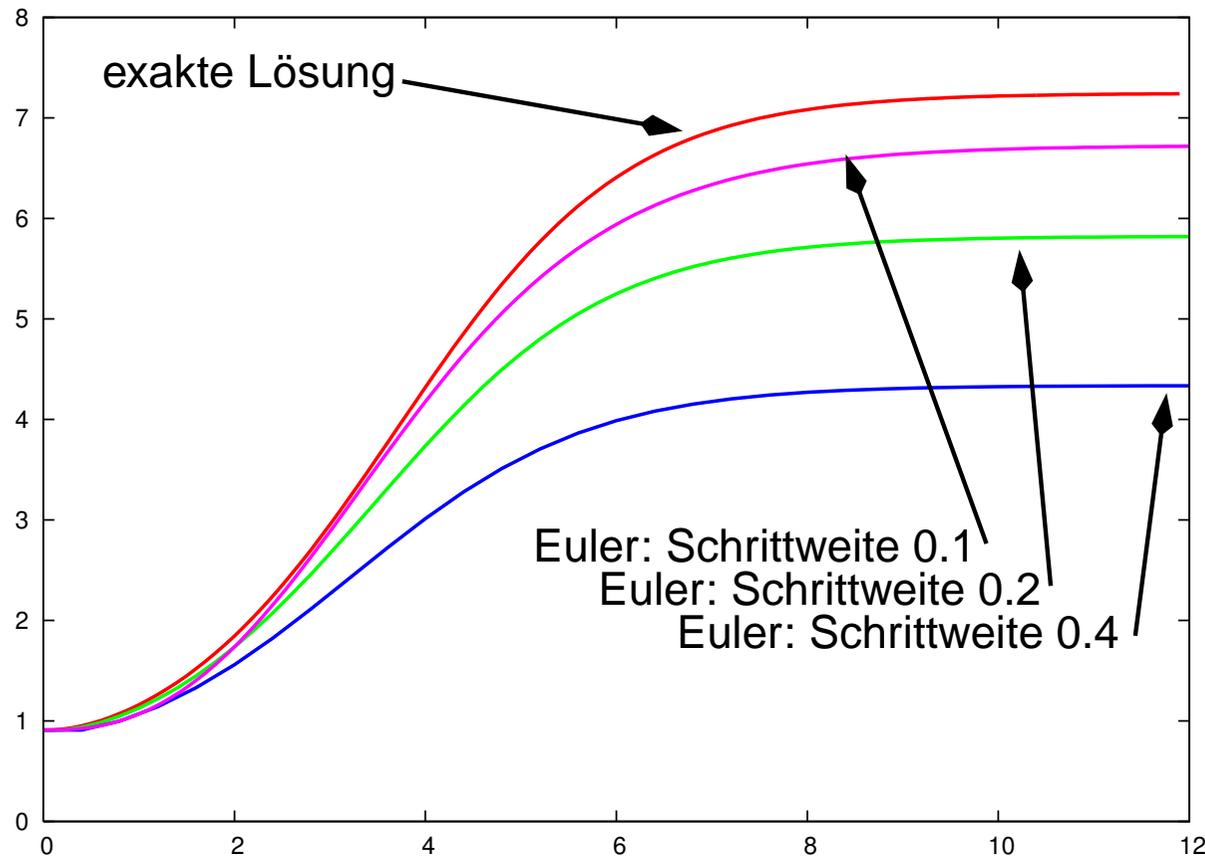
Annahme: $\vec{\mathbf{a}}$ konstant auf $[t_i, t_{i+1}]$

Annahme: $\vec{\mathbf{v}}$ konstant auf $[t_i, t_{i+1}]$

Problem: Das Euler-Verfahren ist zwar sehr schnell, aber auch ungenau!

Beispiel Euler-Verfahren:

Lösung der Gleichung: $f'(x) = f(x) \cdot x^2 \cdot e^{-x}$, $f(0) = 0.91$



Andere Ansätze: • Mehrschrittverfahren verwenden mehr Stützstellen

• Prädiktor-Korrektor-Verfahren mit eingebauter Fehlerkorrektur

12.2 Gekoppelte Teilchen



Idee:

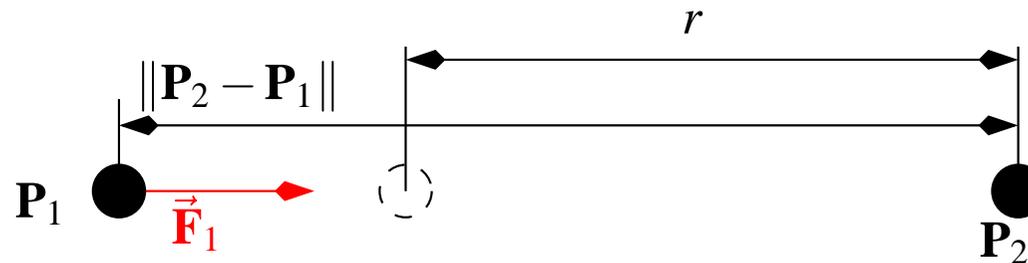
Bislang: Massepunkte nur einzeln betrachtet

Jetzt: Einführung von Wirkungskräften zwischen Massepunkten über Federn

Beispiel: Feder zwischen zwei Massepunkte $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$:

$$\text{Kraft auf } \mathbf{P}_1 : \vec{\mathbf{F}}_1(t) = k(\vec{\mathbf{d}} - r\hat{\mathbf{d}}), \quad \vec{\mathbf{d}} = \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1$$

wobei r Ruhelänge, k Federkonstante



12.2.1 Boids: Schwarm-Verhalten



Ansatz: C. Reynolds: Boids

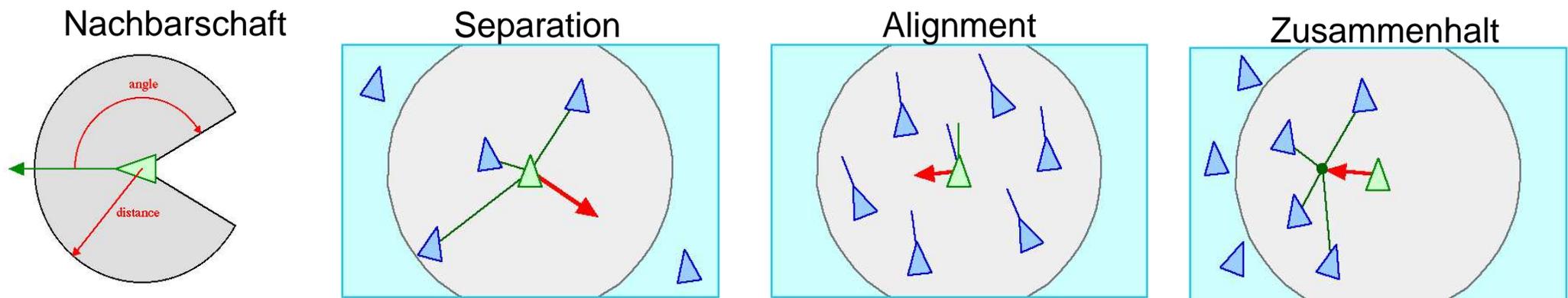
Ansatz: Schwarm-Simulation auf Basis eines Partikel-Systems

Steuer-Verhalten: 1. Separation: Kollisionsvermeidung

2. Zusammenhalt: Versuch gleichen Anstand zu Schwarm-Nachbarn zu erreichen

3. Ausrichtung: Bewegungsrichtung an Schwarm-Nachbarn

Nachbarschaft: $\mathcal{N}(i)$ = „Partikel in Nachbarschaft u_i “ bzgl. Bewegungsrichtung & Distanz



12.2.1 Boids: Schwarm-Verhalten



Umsetzung des Steuerverhalten

Steuerverhalten durch („artistische“) Kräfte:

Separation: Kraft verhindert zu kleine Abstände zu Nachbarn: $\vec{F}_i^{sep} = \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} \frac{\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_j}{\|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_j\|^2}$

Zusammenhalt: Kraft in Richtung des Schwerpunkts der Nachbarn:

$$\vec{F}_i^{cohesion} = \left(\frac{1}{\# \text{ Nachbarn}} \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} \mathbf{P}_j \right) - \mathbf{P}_i$$

Ausrichtung: Anweichung zum Mittelwert der Geschwindigkeiten der Nachbarn \vec{v}_i^{aver} für i :

Angestrebt: $\vec{v}_i^{desire} = \frac{1}{|\mathcal{N}(i)|} \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} \vec{v}_j$

Steuerkraft: $\vec{F}_i^{steer} = \vec{v}_i^{aver} - \vec{v}_i$

Gesamtkraft auf Individuum $\vec{F}_i^{sep} + \vec{F}_i^{cohesion} + \vec{F}_i^{steer}$





Ansatz:

Kleidungssimulation beruht auf einem dynamischen, gitterförmigen Partikel-Feder-Modell mit:

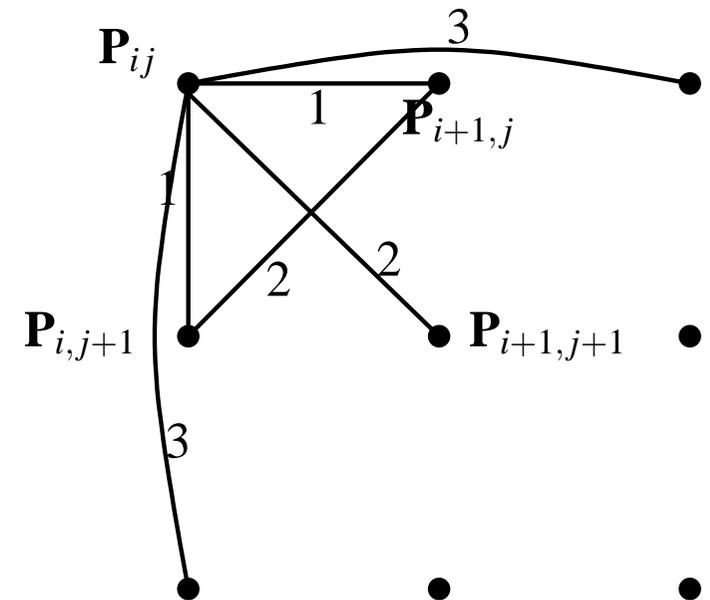
Inneren Kräften halten das Material zusammen; Modellierung über Federmodelle

Äußeren Kräften verformen Stoff, z.B. Schwerkraft, Kollisionskräfte

Innere Kräfte (nach Louchet EG'95)

Gitter mit Partikeln (i, j) mit Position \mathbf{P}_{ij}

- 1. Struktur-Federn:** Erhalten Gitterform, also zwischen (i, j) und $(i + 1, j)$ bzw. $(i, j + 1)$.
- 2. Scher-Federn:** Verhindern starke Scherung; zwischen (i, j) und $(i + 1, j + 1)$ bzw. zwischen (i, j) und $(i + 1, j - 1)$.
- 3. Beugungs-Federn:** modelliert Beugungs-Steifigkeit; zwischen (i, j) und $(i + 2, j)$ bzw. $(i, j + 2)$.



Innere Kräfte (nach Louchet, Forts.)

Die inneren Kräfte für (i, j) :

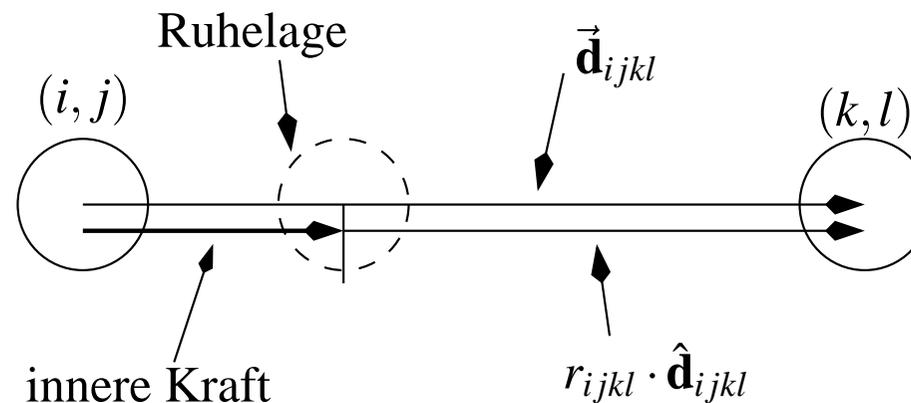
Gesamtkraft:
$$\vec{\mathbf{F}}_{ij}^{int} = \sum_{(k,l) \in R_{ij}} k_{ijkl} \left(\vec{\mathbf{d}}_{ijkl} - r_{ijkl} \hat{\mathbf{d}}_{ijkl} \right)$$

wobei R_{ij} die zu (i, j) verbundenen Punkte

k_{ijkl} Federkonstante für Feder zwischen (i, j) , (kl)

$$\vec{\mathbf{d}}_{ijkl} = \mathbf{P}_{kl} - \mathbf{P}_{ij}, \quad \hat{\mathbf{d}}_{ijkl} = \vec{\mathbf{d}}_{ijkl} / \left\| \vec{\mathbf{d}}_{ijkl} \right\|$$

r_{ijkl} Länge der Feder in Ruhelage



12.2.2 Cloth Animation



Äußere Kräfte

Auf ein Massepunkt wirken äußere Kräfte, z.B.:

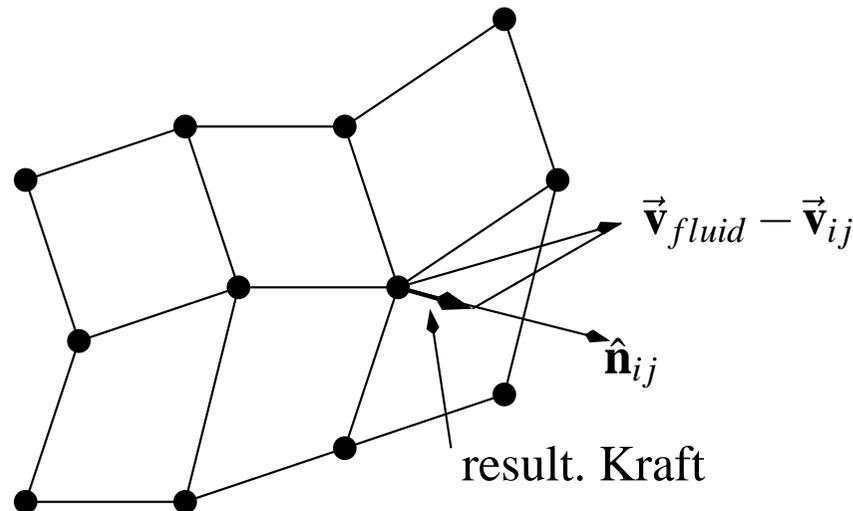
Schwerkraft: $\vec{F}_{ij}^{grav} = m \cdot (0, g, 0)^T$

Dämpfung/Reibung: $\vec{F}_{ij}^{visc} = -c_{visc} \vec{v}_{ij}$ wobei c_{visc} Dämpfungs- bzw. Viskositätskonstante.

Strömungsgeschwindigkeit eines viskosen Materials \vec{v}_{fluid} bewirkt Kraft

$$\vec{F}_{ij}^{visc} = c_{visc} \left((\vec{v}_{fluid} - \vec{v}_{ij}) \cdot \hat{n}_{ij} \right) \vec{n}_{ij}$$

die in Normalenrichtung \hat{n}_{ij} wirkt (Flattern einer Fahne)



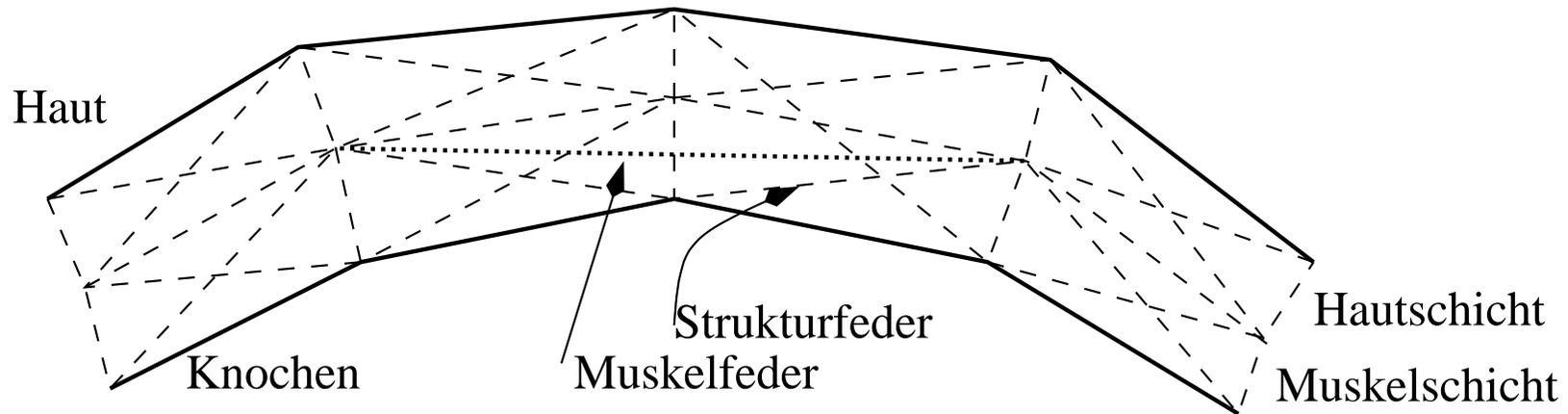
„**Weiche Skelette**“: Feder-Masse Modell ersetzt Skelett; Variation der Ruhelänge über die Zeit simuliert Bewegung

Schichtmodell für Gesichts-Animation: Knochen/Skelett: Fixes Polygon-Modell

Haut: zweites Polygon-Modell oberhalb

Verbindung Knochen-Haut/Muskeln: Federmodell als Muskel- und Hautschicht

Muskelsimulation über variabler Ruhelänge von *Muskel-Federn*



Grundsätzliches Problem: Verwendung „steifer“ Federn (große Federkonstanten) macht die DGL $\vec{F}(\mathbf{P}(t), t) = m \cdot \ddot{\mathbf{P}}(t)$ numerisch sehr instabil.

Ansätze: sehr kleine Schritte (Rechenaufwand!) oder andere Lösungstechnik