Visualisierung: 2D Skalarfelder

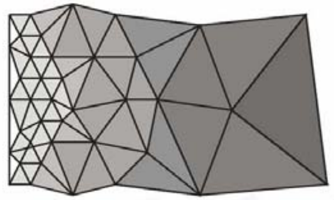
Christof Rezk-Salama

Visualisierung WS 04/05, 02.11.2004

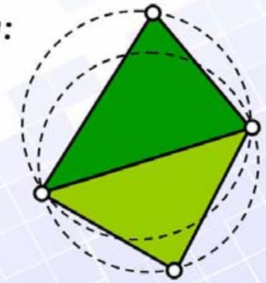
computergraphik und multimedia systeme
universität siegen

Review: Letzte Stunde

Triangulierungen:



- *Reguläre Triangulierungen*
- *Delaunay-Triangulierung*
  - Definition über Voronoi-Diagramm
  - globales und lokales Umkreis-Kriterium
- *Algorithmen zur Triangulierung:*
  - Flipping-Algorithmus
  - Inkrementeller Algorithmus
  - Divide & Conquer Algorithmus



Review: Letzte Stunde

Flipping Algorithmus – Komplexität o(n^2) – sehr einfacher erfordert initiale Triangulierung	Verwenden bei kleinen Netzen (optimal für $n < 1000$)
Inkrementeller Algorithmus – Komplexität o(n^2)	
Divide & Conquer-Algorithmus – Komplexität o($n \log n$) – relativ kompliziert	Verwenden bei großen Netzen (optimal für $n > 100000$)
Nicht besprochen: *(Plane-Sweep Algorithmus)* – Komplexität o($n \log n$) – sehr kompliziert	

Triangulierungen

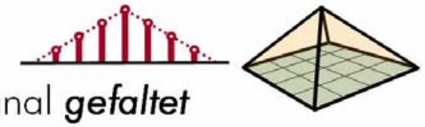
Delaunay-Triangulierung nur in 2D

- Die *Triangulierung von Oberflächen in 3D* ist bisher ungelöst!

  Mögliche Abhilfe: Hilfsgeometrie mit ebener Parametrisierung (z.B. Ebene, Zylinder, Kugel)
  - Projieziere alle Punkte auf Hilfsbeometrie
  - Bestimme Triangulierung dort
  - Projieziere zurück

Review: Letzte Stunde

Lineare Filter:



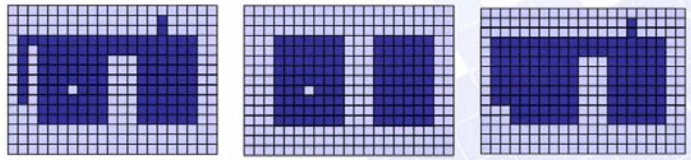
- *Filterkern* wird mit Signal ***gefaltet***
- Lineare Filter entfernen bestimmte ***Frequenzen*** aus dem Signal
- Glättungsfilter:
  - Box-, Dreieck-, Gauss-Filter
  - *Tiefpassfilter:* hohe Frequenzen werden entfernt

- Kantenfilter:
  - *Hochpass-Filter:* niedrige Frequenzen werden abgeschwächt

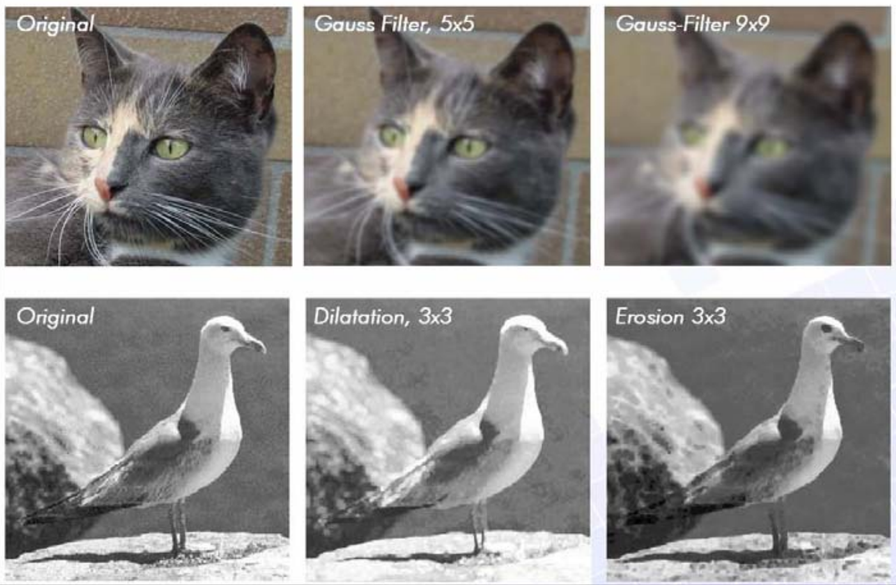
Review: Letzte Stunde

Nicht-Lineare Filter:

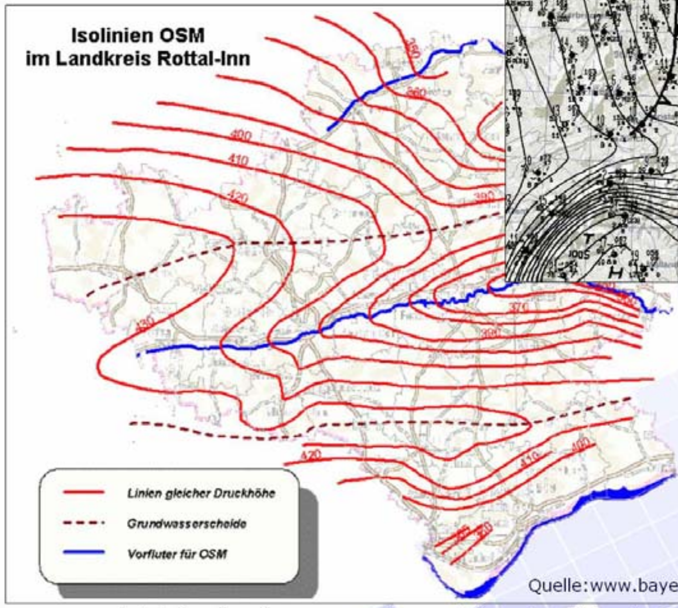
- Keine ***Faltung,*** sondern beliebige nichtlineare Verknüpfung
- Rangordnungsoperationen:
  - Median-Filter:
    Rauschunterdrückung ohne Kantenglättung
  - Morphologische Operationen
    Dilatation, Erosion, Opening, Closing

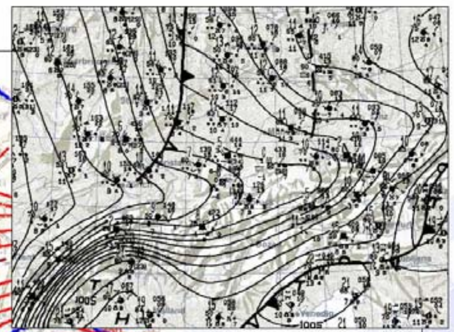


Bildbearbeitung



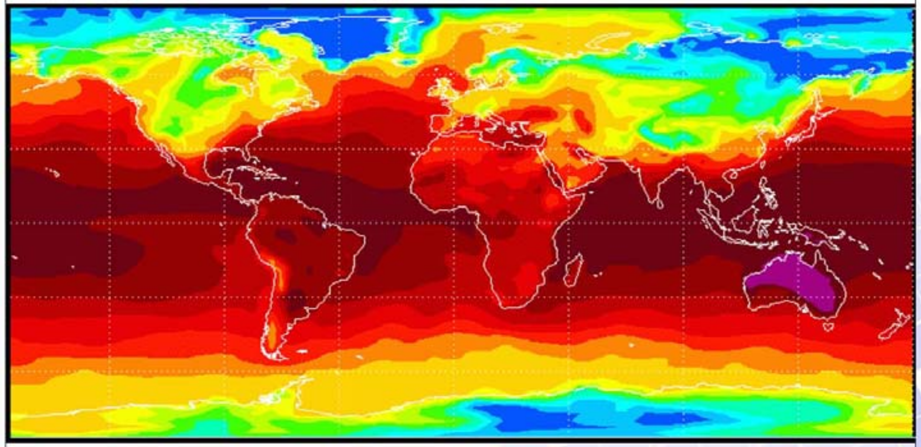
2D Skalarfelder





Beispiele

- **Meteorologie:** Temperaturverteilung



Quelle: www.climateprediction.net

Überblick

2D Skalarfelder:

- selten analytisch gegeben: $s = f(x, y)$
- üblicherweise als diskrete Daten:

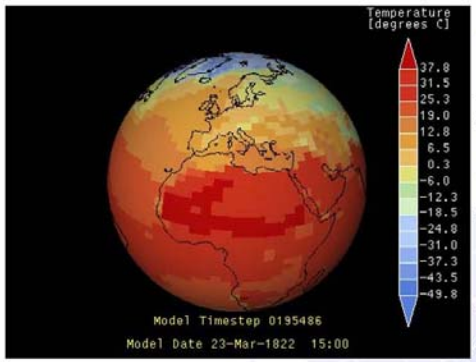
$$(x_i, y_i) \mapsto f_i \qquad i \in [0, \dots N]$$

Visualisierungmöglichkeiten:

- *Color Plots (Farbcodierung)*
- *Surface Plots (Oberflächendarstellung)*
- *Isolinien*

2D Skalarfelder

- ***„2D“*** heißt nicht zwangsläufig ***„kartesische*** Koordinaten“!
- 2D Skalarfelder müssen nicht ***eben*** sein!



Quelle: www.climateprediction.net

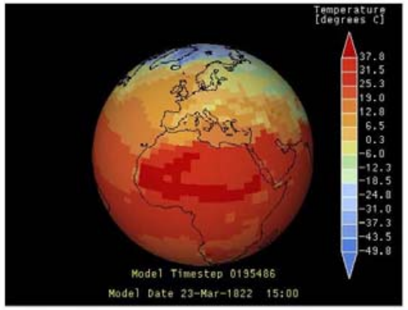
Beispiel: Temperaturverteilung über dem Globus

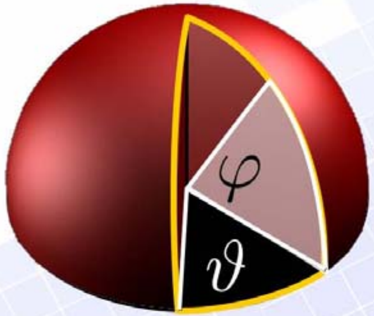
2D Skalarfelder

- ***Beispiel:*** Skalarfelder auf der Kugeloberfläche lassen sich in Polarkoordinaten (Kugelkoordinaten) parametrisieren:

2D Skalarfelder

- ***Beispiel:*** Skalarfelder auf der Kugeloberfläche lassen sich in Polarkoordinaten (Kugelkoordinaten) parametrisieren: $s = f(\varphi, \vartheta)$

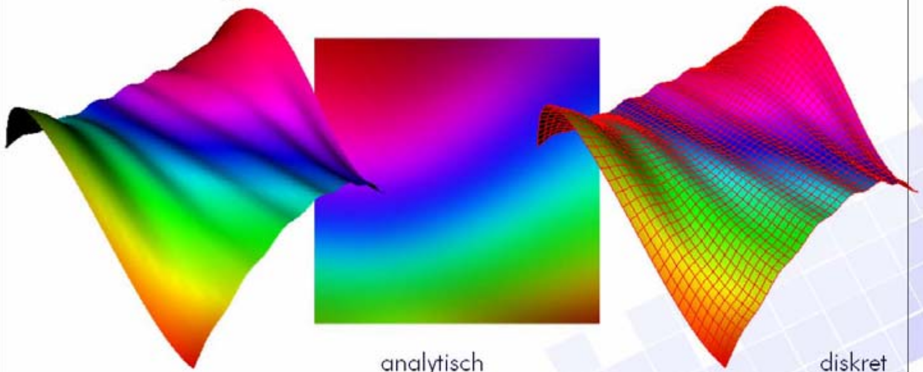




- z.B. Längen und Breitengrad

2D Skalarfelder

auf beliebigen Oberflächen in 3D



$$\begin{pmatrix} x(u,v) \\ y(u,v) \\ z(u,v) \end{pmatrix} \leftarrow \quad (u,v) \quad \rightarrow f(u,v)$$

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \leftarrow \quad (u_i,v_i) \quad \rightarrow f_i$$

Farbkodierung

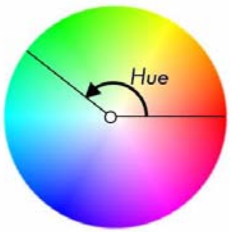
- Spezifiziere eine Farbtabelle

  d.h eine Abbildung: Skalarwert s ⟶ Farbwert

Beispiel: Gegeben 2D Druckverteilung

$$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$$

Lineare Abbildung im HSV-Farbmodell auf ***Hue***



Hue (Farbton) = Winkel

Farbkodierung

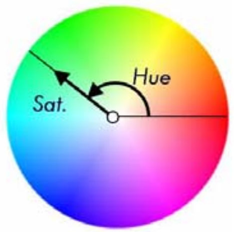
- Spezifiziere eine Farbtabelle

  d.h eine Abbildung: Skalarwert s ⟶ Farbwert

Beispiel: Gegeben 2D Druckverteilung

$$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$$

Lineare Abbildung im HSV-Farbmodell auf ***Hue***



Hue (Farbton) = Winkel

Saturation = Abstand vom Mittelpunkt

Farbkodierung

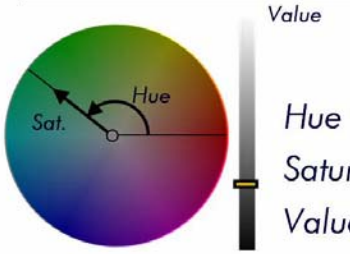
- Spezifiziere eine Farbtabelle

  d.h eine Abbildung: Skalarwert s → Farbwert

  Beispiel: Gegeben 2D Druckverteilung

  $$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$$

  Lineare Abbildung im HSV-Farbmodell auf ***Hue***



Hue (Farbton) = Winkel

Saturation = Abstand vom Mittelpunkt

Value = Helligkeit (Brightness)

Farbkodierung

- Spezifiziere eine Farbtabelle

  d.h eine Abbildung: Skalarwert s → Farbwert

  Beispiel: Gegeben 2D Druckverteilung

  $$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$$

  Lineare Abbildung im HSV-Farbmodell auf ***Hue***

$\rho_{\min}$ ρ $\rho_{\max}$

$H_0 = 0°$ $H_1 = 240°$

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_{\min}}{\rho_{\max} - \rho_{\min}} \in [0, 1]$$

$$H(\rho) = \alpha\, H_1 + (1 - \alpha) H_0$$

Colorplots

Uniforme, rectilineare 2D Gitter

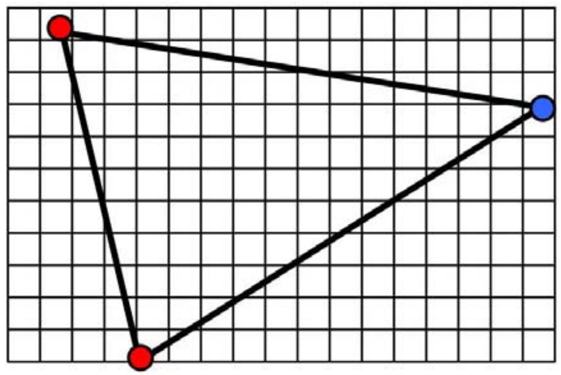
- ***trivial bei feinen Gittern:***
  - interpretiere jeden Abtastpunkt als einen Pixel
  - Die Farbe des Pixels bestimmt der Skalarwert anhand der Farbtabelle
- ***im allgemeinen Fall:*** Rasterisierung

Curvilineare und Unstrukturierte 2D Gitter:

- Rasterisierungstechniken

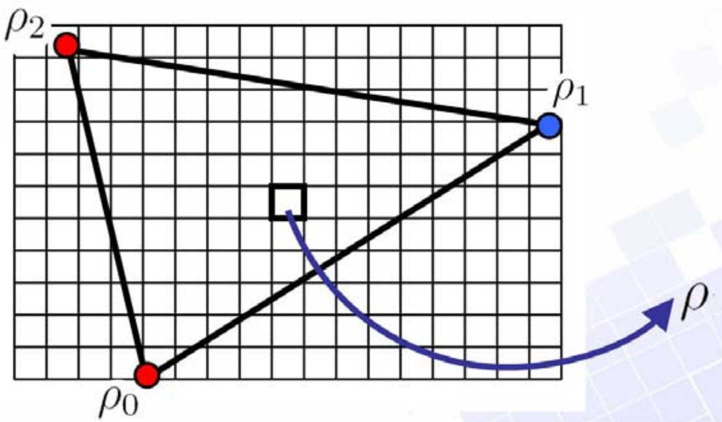
Rasterisierung

- Zerlege das Dreieck in einzelne Pixel



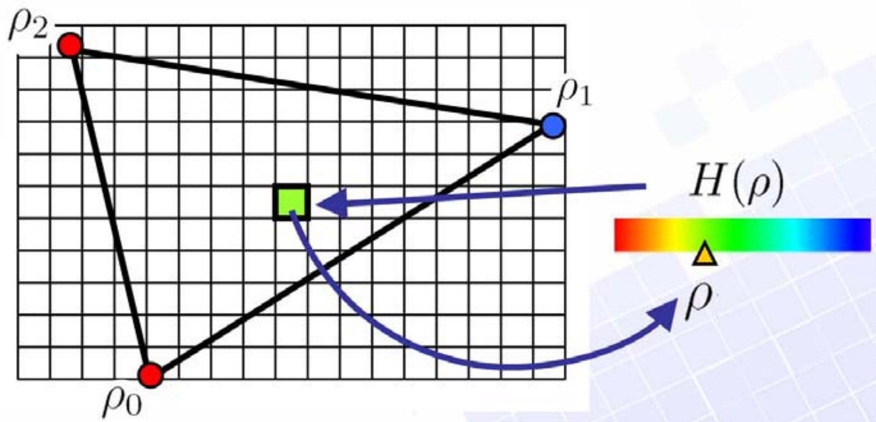
Rasterisierung

- Zerlege das Dreieck in einzelne Pixel
- Interpoliere für jeden Pixel den Skalarwert



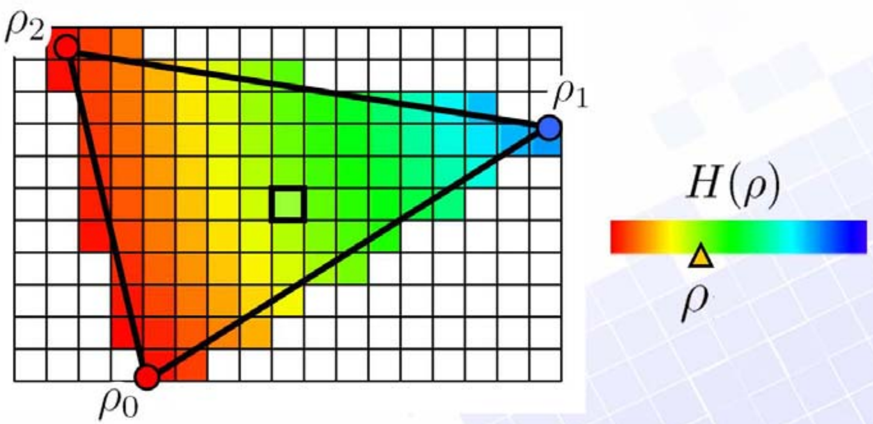
Rasterisierung

- Zerlege das Dreieck in einzelne Pixel
- Interpoliere für jeden Pixel den Skalarwert
- Bestimme die Farbe des Pixels anhand des Skalarwerts



Rasterisierung

- Zerlege das Dreieck in einzelne Pixel
- Interpoliere für jeden Pixel den Skalarwert
- Bestimme die Farbe des Pixels anhand des Skalarwerts



Einfache Implementierung

- ***Nutzung von Graphik-Hardware:*** Hardware übernimmt die Rasterisierung der Dreiecke

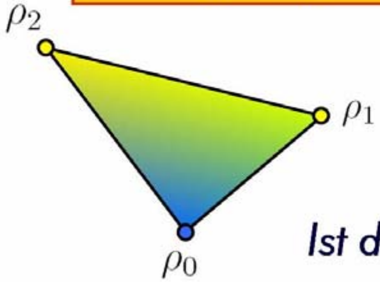
Beispiel OpenGL:

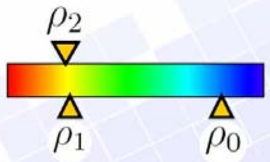
```
glBegin(GL_TRIANGLES);
    glColor3d(R[i], G[i], B[i]);
    glVertex2d(x[i], y[i]);
    glColor3d(R[j], G[j], B[j]);
    glVertex2d(x[j], y[j]);
    glColor3d(R[k], G[k], B[k]);
    glVertex2d(x[k], y[k]);
glEnd();
```

Ergebnis: OpenGL zeichnet ein Dreieck

Einfache Implementierung

```
glBegin(GL_TRIANGLES);
   glColor3d(R[i], G[i], B[i]);
   glVertex2d(x[i], y[i]);
   glColor3d(R[j], G[j], B[j]);
   glVertex2d(x[j], y[j]);
   glColor3d(R[k], G[k], B[k]);
   glVertex2d(x[k], y[k]);
glEnd();
```



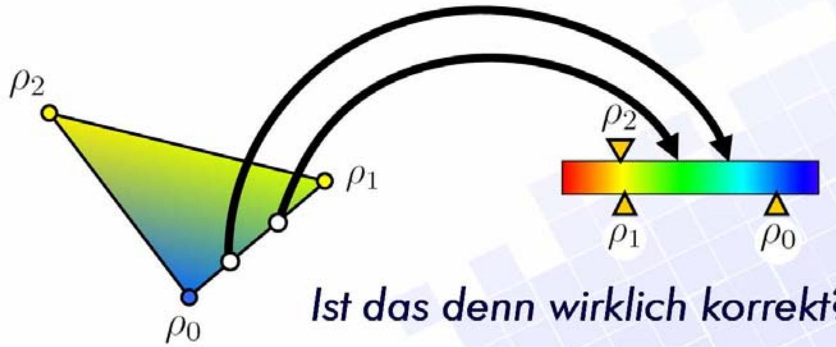


Ist das denn wirklich korrekt?

Einfache Implementierung

- Betrachte z.B. Punkte entlang der Kanten:

Farbinterpolation ist nicht korrekt!
Es muss der Skalarwert interpoliert werden!



Ist das denn wirklich korrekt?

Verbesserte Implementierung

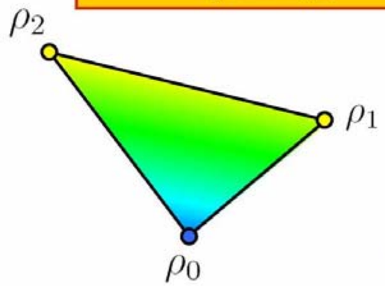
- *Verwendung von 1D Texturen:* Speichere die Farbtabelle in einer 1D Textur:

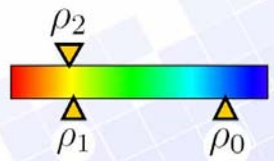
Beispiel OpenGL:

```
glBegin(GL_TRIANGLES);
   glTexCoord1d(Rho[i]);
   glVertex2d(x[i], y[i]);
   glTexCoord1d(Rho[j]);
   glVertex2d(x[j], y[j]);
   glTexCoord1d(Rho[k]);
   glVertex2d(x[k], y[k]);
glEnd();
```


Verbesserte Implementierung

```
glBegin(GL_TRIANGLES);
   glTexCoord1d(Rho[i]);
   glVertex2d(x[i], y[i]);
   glTexCoord1d(Rho[j]);
   glVertex2d(x[j], y[j]);
   glTexCoord1d(Rho[k]);
   glVertex2d(x[k], y[k]);
glEnd();
```

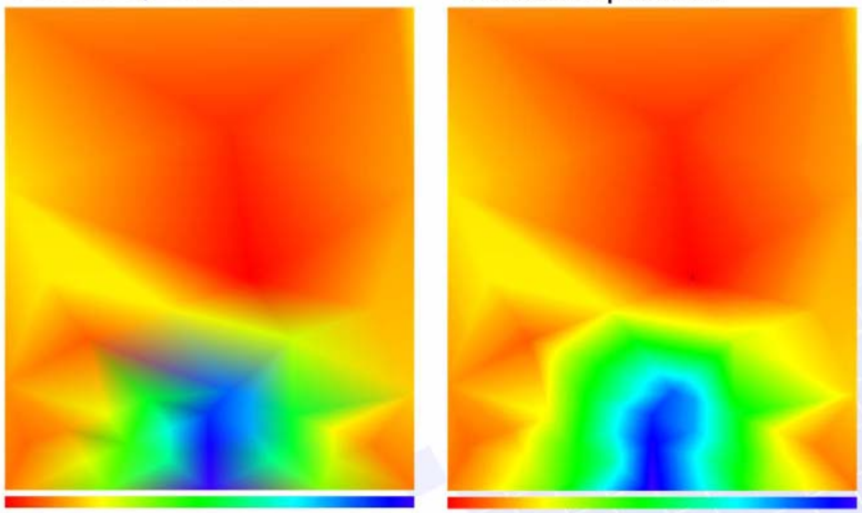




Vergleich

Farbinterpolation

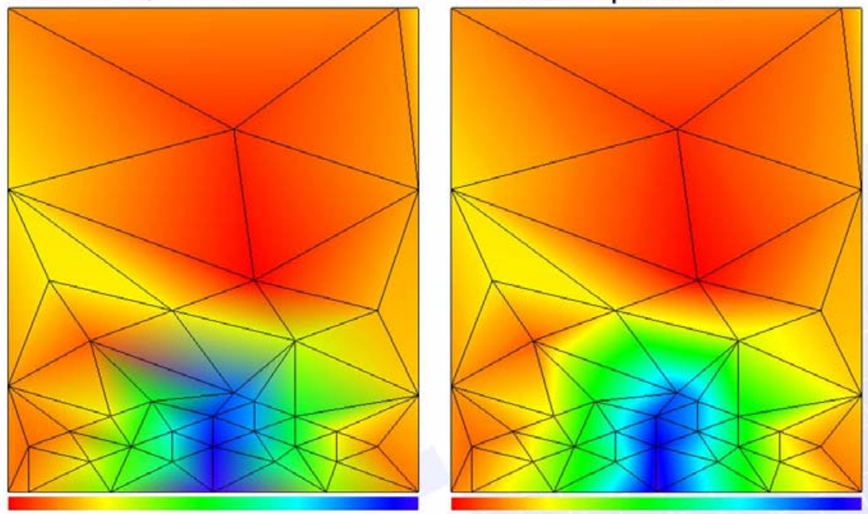
Texturinterpolation



Vergleich

Farbinterpolation

Texturinterpolation



Fazit

Farbkodierung von Skalarfeldern:

- Einfache Implementierung:
  - Bestimme Farbwerte für die Eckpunkte der Zellen (mittels Farbtabelle)
  - Interpoliere die Farbwerte für jeden Pixel im Inneren der Zelle

Per-Vertex Operations

- Aufwändigere Implementierung:
  - Interpoliere den Skalarwert für jeden Pixel im Inneren einer Zelle
  - Bestimme Farbwerte für jeden interpolierten Skalarwert (Farbtabelle)

Per-Pixel Operations

Fazit

Farbkodierung von Skalarfeldern:

- Einfache Implementierung:
  - Bestimme Farbwerte für die Eckpunkte der Zellen (mittels Farbtabelle)
  - Interpoliere die Farbwerte für jeden Pixel im Inneren der Zelle

Per-Vertex Operations

„Gouraud-Shading"

- Aufwändigere Implementierung:
  - Interpoliere den Skalarwert für jeden Pixel im Inneren einer Zelle
  - Bestimme Farbwerte für jeden interpolierten Skalarwert (Farbtabelle)

Per-Pixel Operations

„Phong-Shading"

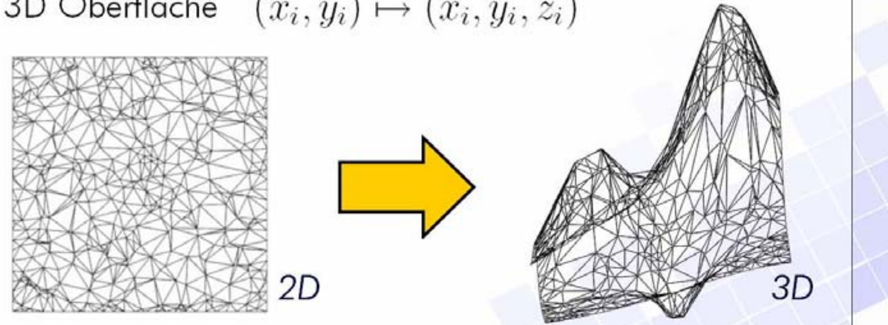
Zusammenfassung

Color Plots / Farbcodierung

- Spezifiziere eine Farbtabelle, die den Skalarwert auf einen Farbwert abbildet *(= Transferfunktion)*
- Unstrukturierte und Curvilineare Gitter müssen rasterisiert werden
- *Rasterisierung* mit Grafik-Hardware
  - Einfach aber inkorrekt: Farbinterpolation *(Gouraud)*
  - Korrekte Interpolation des Skalarwerts mit 1D Texturen

Surface Plots

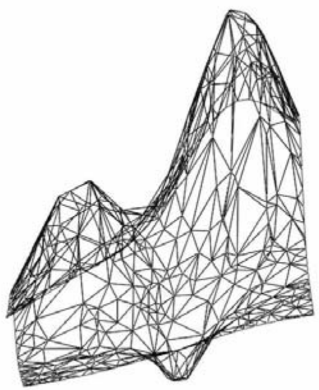
- *Oberflächendarstellung:*
  Interpretiere das Skalarfeld als Höhenfeld und zeichne eine 3D Oberfläche $(x_i, y_i) \mapsto (x_i, y_i, z_i)$



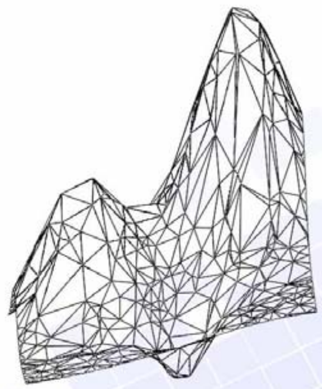
$$\alpha = \frac{\rho - \rho_{\min}}{\rho_{\max} - \rho_{\min}} \qquad \boxed{z_i = \alpha\, z_{\max} + (1-\alpha) z_{\min}}$$

Surface Plots

- Liniendarstellungen



„wireframe“



„hidden line removal“

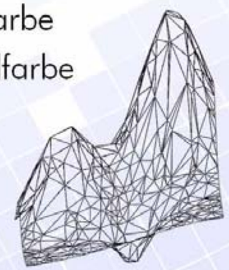
Hidden Line Removal

HLR Algorithmen für Vektorgrafik:

- z.B. Robert's Algorithm, Appel's Algorithm
  (siehe *Foley, et al: Computer Graphics, Principles and Practise)*

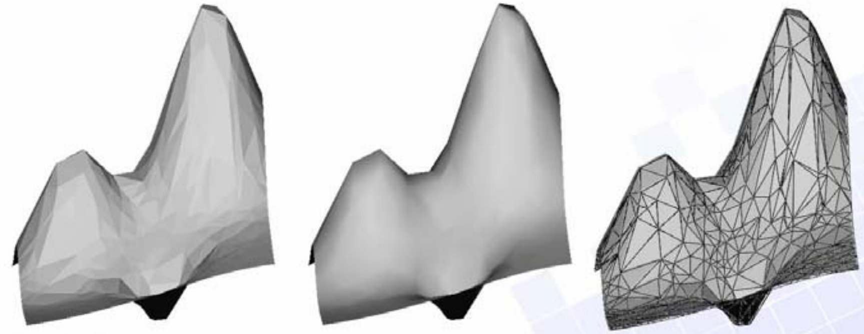
HLR für Rastergrafik:

- OpenGL-Tricks:
  - Zeichne die Linien in Vordergrundfarbe
  - Zeichne die Flächen in Hintergrundfarbe
  - Der Z-Buffer besorgt den Rest.
    (siehe auch `glPolygonOffset`)



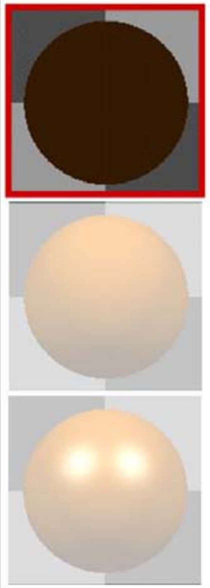
Surface Plots

- Flächendarstellungen mit *Shading*
  (Lokale Beleuchtung)



flat shading — *smooth shading Gouraud-Shading* — *Kombination mit wireframe*

Diffuse Reflexion



Konstanter Term

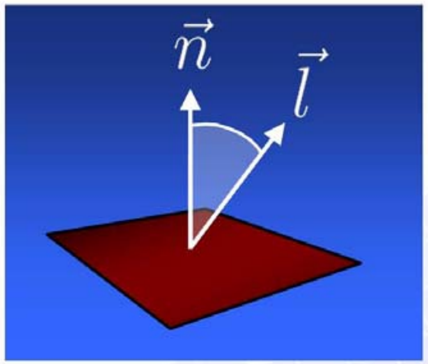
- Approximation indirekter Beleuchtung (Mehrfachreflexion)
- Aufhellen von Schatten

christof rezk-salama computergraphik und multimediasysteme, universität siegen

Diffuse Reflexion

Konstanter Term

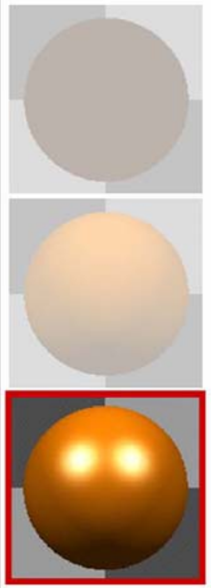
Abhängig vom Einfallswinkel des Lichts



- gleichmäßige Reflexion in alle Richtungen
- matte Oberflächen
- „Lambert'sche" Reflexion

christof rezk-salama computergraphik und multimediasysteme, universität siegen

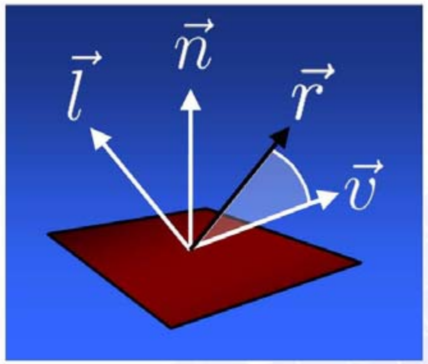
Spiegelnde Reflexion



Konstanter Term

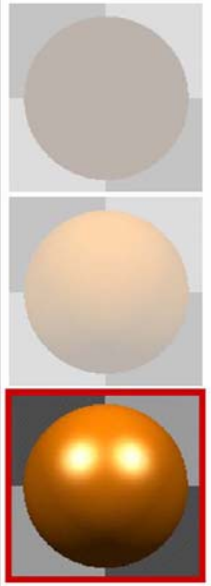
Abhängig vom Einfallswinkel des Lichts

Abhängig vom Lichtrichtung und Blickrichtung



christof rezk-salama computergraphik und multimediasysteme, universität siegen

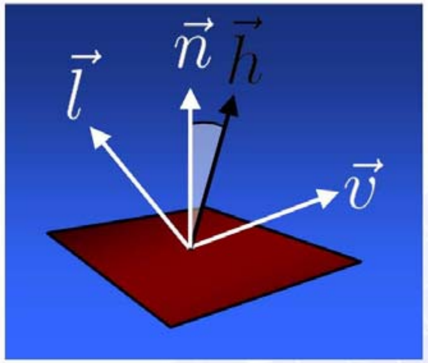
Spiegelnde Reflexion



Konstanter Term

Abhängig vom Einfallswinkel des Lichts

Abhängig vom Lichtrichtung und Blickrichtung



- glänzende Flächen
- Spiegelnde Reflexion
- „Specular Highlights"

Lokale Beleuchtung

Blinn-Phong Beleuchtungsmodell:

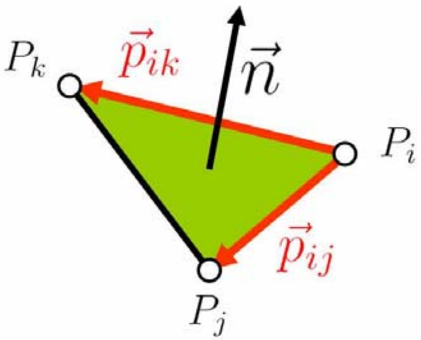
ambient | diffuse (Lambert) | spekular (spiegelnd)

$$I = I_a + I_d\,(\vec{n} \circ \vec{l}) + I_s\,(\vec{n} \circ \vec{h})^r$$

- Wie bestimme ich die Oberflächennormale ?

Oberflächennormale

- Die Normale für ein einzelnes Dreieck:



$$\vec{p}_{ij} = P_j - P_i$$
$$\vec{p}_{ik} = P_k - P_i$$

Das normalisierte Kreuzprodukt ergibt den Normalenvektor

$$\vec{n} = \frac{\vec{p}_{ij} \times \vec{p}_{ik}}{\|\vec{p}_{ij} \times \vec{p}_{ik}\|}$$

Surface Plots

flat shading:

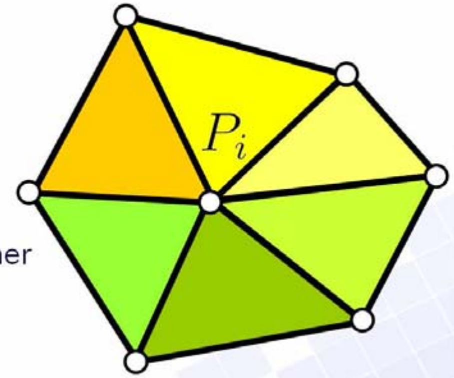
Bestimme einen Normalenvektor für jedes Dreieck

OpenGL Beispiel:

```
glBegin(GL_TRIANGLES);
    glNormal3d(nx, ny, nz);
    glVertex3d(x[i], y[i], z[i]);
    glVertex3d(x[j], y[j], z[j]);
    glVertex3d(x[k], y[k], z[k]);
glEnd();
```

Surface Plots

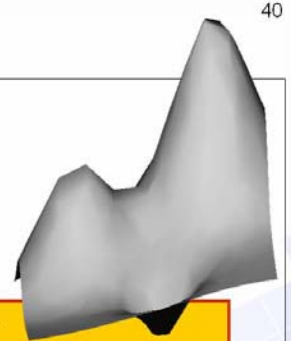
smooth shading:
Bestimme einen Normalenvektor für jeden Vertex



- Betrachte den Dreiecksfächer um den Punkt P_i
- Bestimme die Normalenvektoren für alle Dreiecke
- Der Normalenvektor der Punktes P_i ergibt sich als Mittelwert der Normalen der angrenzenden Dreiecke

Surface Plots

smooth shading:
Bestimme einen Normalenvektor für jeden Vertex



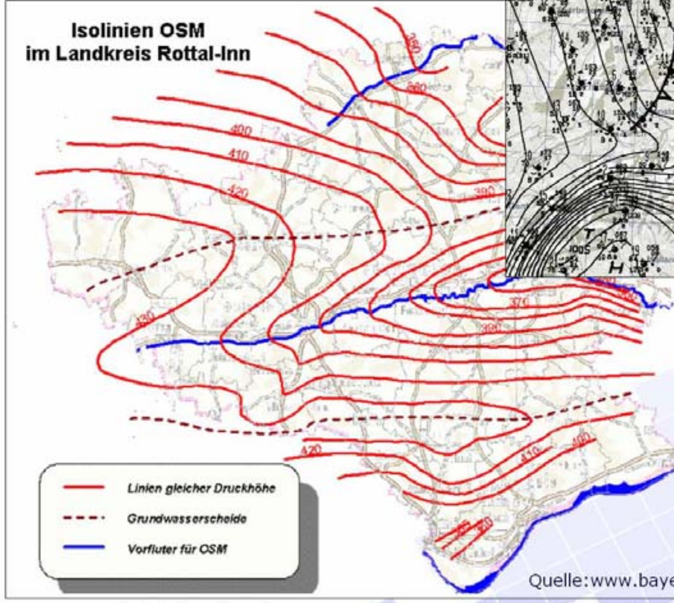
```
glShadeModel(GL_SMOOTH);

glBegin(GL_TRIANGLES);
    glNormal3d(nx[i], ny[i], nz[i]);
    glVertex3d(x[i], y[i], z[i]);
    glNormal3d(nx[j], ny[j], nz[j]);
    glVertex3d(x[j], y[j], z[j]);
    glNormal3d(nx[k], ny[k], nz[k]);
    glVertex3d(x[k], y[k], z[k]);
glEnd();
```

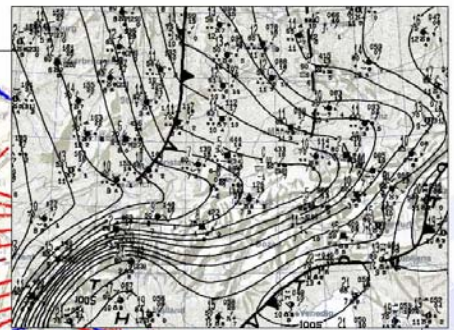

Zusammenfassung

Surface Plots / Oberflächendarstellung

- Interpretiere den Skalarwert als Höhenwert und zeichne eine 3D Fläche
- Liniendarstellung:
  wireframe und hidden lines
- Flächendarstellung mit Beleuchtung:
  - benötigt Normalenvektoren
  - Normalenvektor pro Dreieck *(flat shading)*
  - Normalenvektor pro Vertex *(smooth, Gouraud shading)*

Isolinien





Quelle:www.bayern.de

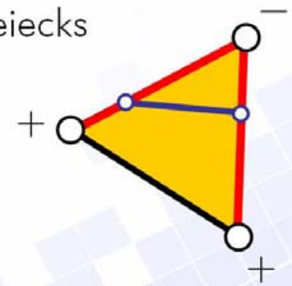
Definition

- Für ein gegebenes Skalarfeld $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ und einen Skalarwert $c \in \mathbb{R}$ entspricht die Menge
$$\{(x, y) \mid f(x, y) = c\}$$
einer Isolinie.
- Falls f differenzierbar ist und $\operatorname{grad}(f) \neq 0$, dann sind die Isolinien ***Kurven***.
- Falls $\operatorname{grad}(f) = 0$, können die Isolinien auch ***Flächen*** und ***Punkte*** sein.

Isolinien

Sequentieller Ansatz (cell-order approach):

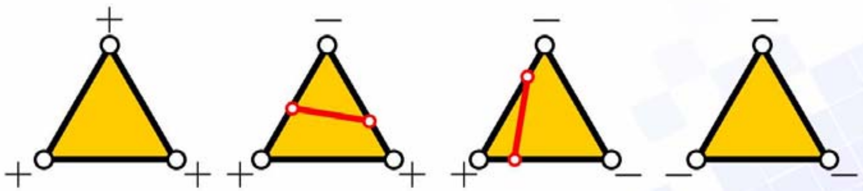
- Betrachte jede Zelle separat
- Markiere alle Vertices des Dreiecks
  mit $+$ wenn $f_i > c$
  mit $-$ wenn $f_i \leq c$
- Untersuche alle Kanten mit Vorzeichenwechsel
- Interpoliere Schnittpunkte entlang der Kanten
- Verbinde die Schnittpunkte durch Liniensegmente



Isolinien für Dreiecksgitter

Für dreieckige Zellen:

- entweder keine oder zwei Kanten mit Vorzeichenwechsel



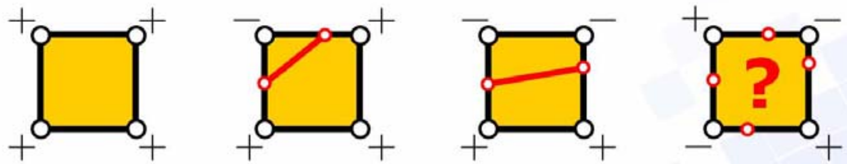
Kein Schnittpunkt | 2 Schnittpunkte 1 Liniensegment | 2 Schnittpunkte 1 Liniensegment | Kein Schnittpunkt

(symmetrische Fälle wurden weggelassen)

Isolinien für Rechtecksgitter

Für rechteckige Zellen:

- entweder keine, zwei oder vier Kanten mit Vorzeichenwechsel



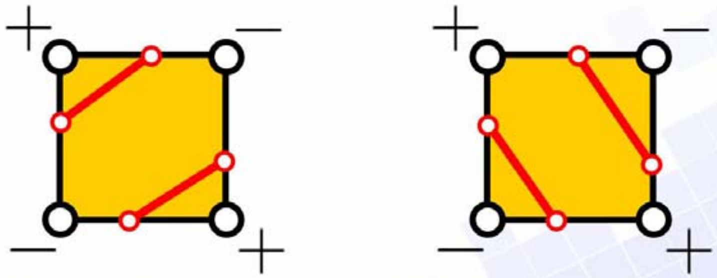
Kein Schnittpunkt | 2 Schnittpunkte 1 Liniensegment | 2 Schnittpunkte 1 Liniensegment | 4 Schnittpunkte 2 Liniensegment MEHRDEUTIG

(symmetrische und invertierte Fälle wurden weggelassen)

Isolinien für Rechtecksgitter

Mehrdeutigkeit:

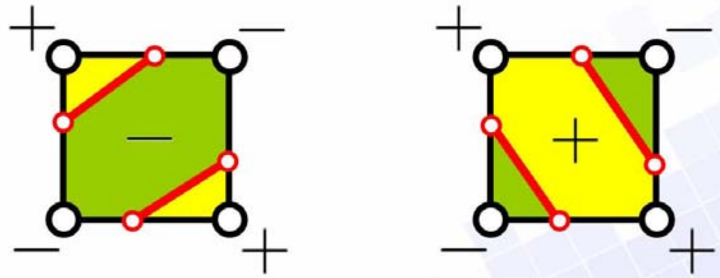
- vier Kanten mit Vorzeichenwechsel
  2 mögliche Konfigurationen:



Verwende einen ***„Decider"*** um zu entscheiden welche Konfiguration vorliegt.

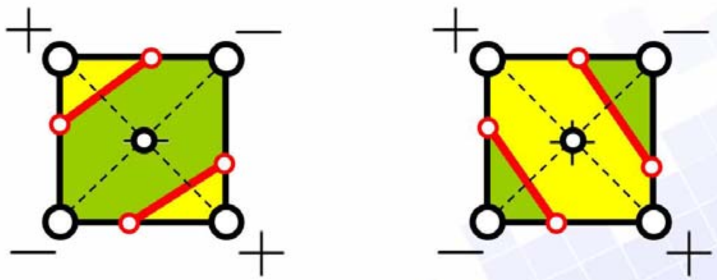
Isolinien für Rechtecksgitter

- **Midpoint Decider**
  Interpoliere den Skalarwert im Mittelpunkt des Rechtecks:



Isolinien für Rechtecksgitter

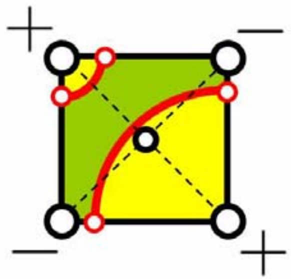
- **Midpoint Decider**
  Interpoliere den Skalarwert im Mittelpunkt des Rechtecks:



$f_M \leq c$ $\qquad$ $f_M > c$

Isolinien für Rechtecksgitter

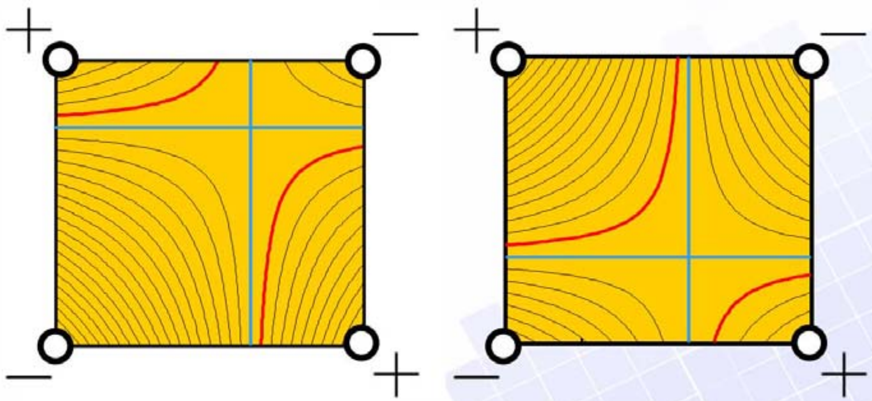
- **Midpoint Decider**
  Schwachpunkt des Midpoint Deciders:
  Isolinien sind keine Geraden, sondern Kurven



- Hier ist $f_M > c$, obwohl der Mittelbereich negativ ist

Isolinien

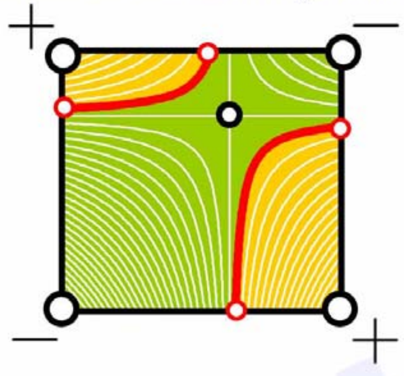
Bei bilinearer Interpolation innerhalb der Zelle sind die Isolinien Parabelbögen



Isolinien für Rechtecksgitter

- **Asymptotic Decider**

  Bestimme den Skalarwert nicht am Mittelpunkt, sondern am ***Schnittpunkt der Asymptoten***



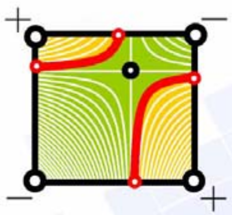
- Der Schnittpunkt der Asymptoten liegt immer innerhalb des Mittelbereichs

Isolinien für Rechtecksgitter

- **Asymptotic Decider**

  Stelle die Interpolationsfunktion auf:

$$\begin{aligned} f(x,y) &= f_{00}(1-x)(1-y) + \\ &+ f_{10}\,x(1-y) + \\ &+ f_{01}(1-x)y + \\ &+ f_{11}\,xy \end{aligned}$$



Bringe diese Gleichung in die Form

$$f(x,y) = \alpha(x-x_0)(y-y_0) + \gamma\,.$$

Dann ist γ der Skalarwert am Schnittpunkt der Asymptoten

Isolinien

Nachteile des ***sequentiellen Ansatzes:***

- Jeder Vertex der Isolinie und jede Kante des Gitters wird zweimal bearbeitet
- Das Ergebnis ist eine ungeordnete Folge von Liniensegmenten. Diese müssen erst sortiert werden um Polygonzüge zu erhalten.

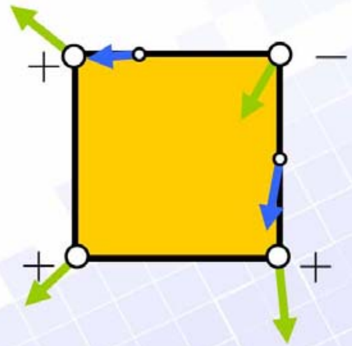
⇨ **Contour Tracing**

Contour Tracing

- Markiere alle Zellen mit Vorzeichenwechsel
- Solange es noch markierte Zellen gibt:
  - Finde die Isoline innerhalb dieser Zelle
  - Solange die Isolinie nicht geschlossen ist und der Rand des Datensatzes nicht erreicht ist:
    - Folge der Isoline in die Nachbarzelle
    - Entferne die Markierung (außer die Zelle enthält 4 Schnittpunkte)

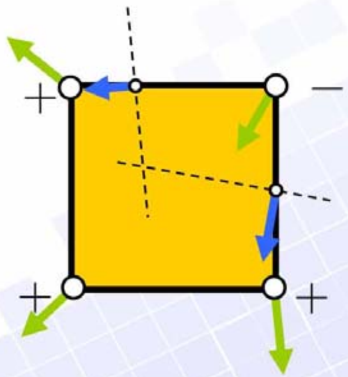
Isolinien geglättet

- Bestimme die Gradientenvektoren an den Vertices
- Interpoliere die Gradientenvektoren an den Schnittpunkten

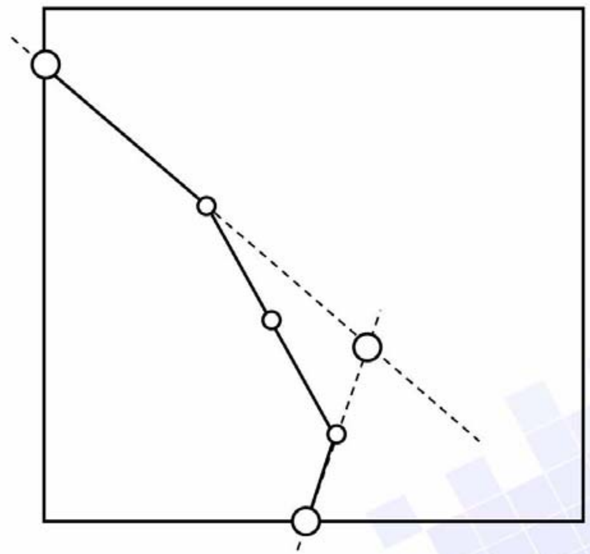


Isolinien geglättet

- Bestimme die Gradientenvektoren an den Vertices
- Interpoliere die Gradientenvektoren an den Schnittpunkten
- Bestimme Tangenten an den Schnittpunkten (senkrecht auf Grad.)



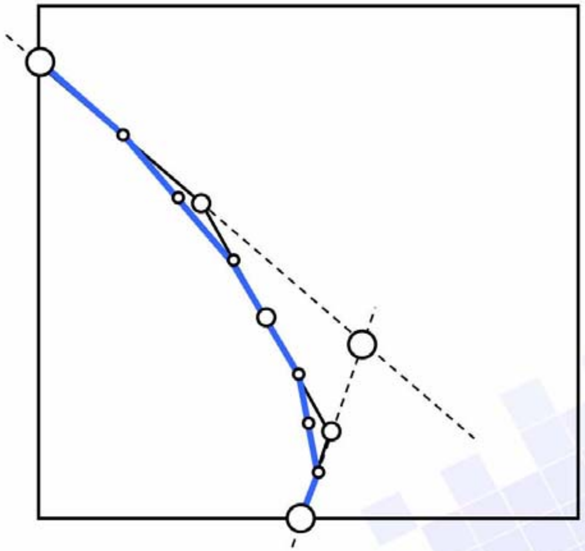
Isolinien (Subdivision)



quadratischer Beziér-Kurve

siehe Vorlesung *Computergraphik 2*

Isolinien (Subdivision)

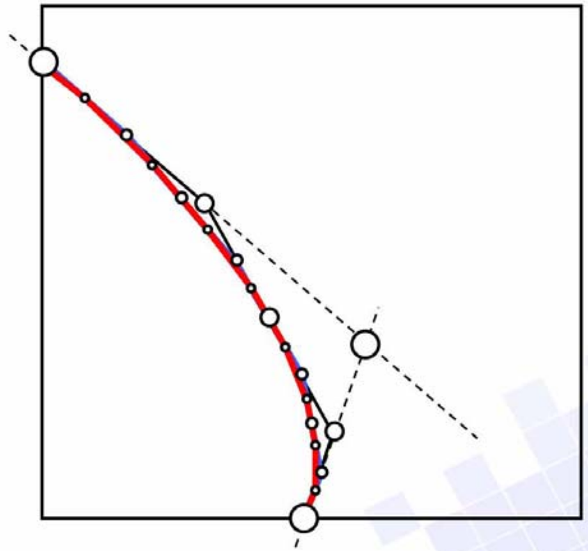


quadratischer
Beziér-Kurve

siehe
Vorlesung
Computergraphik 2

Isolinien (Subdivision)

56



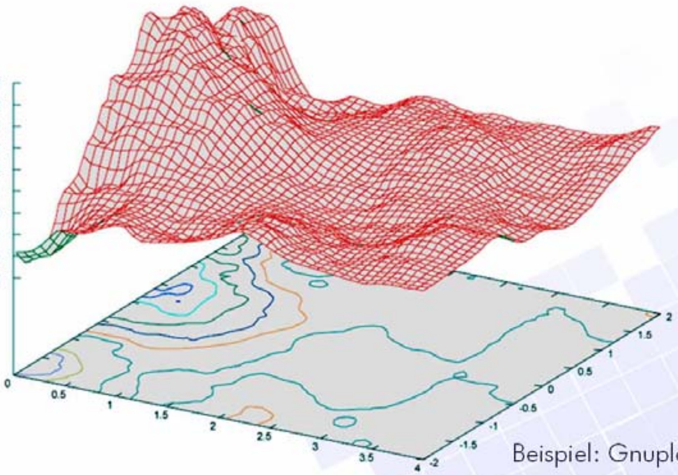
quadratischer
Beziér-Kurve

siehe
Vorlesung
Computergraphik 2

christof rezk-salama computergraphik und multimediasysteme, universität siegen

Kombination

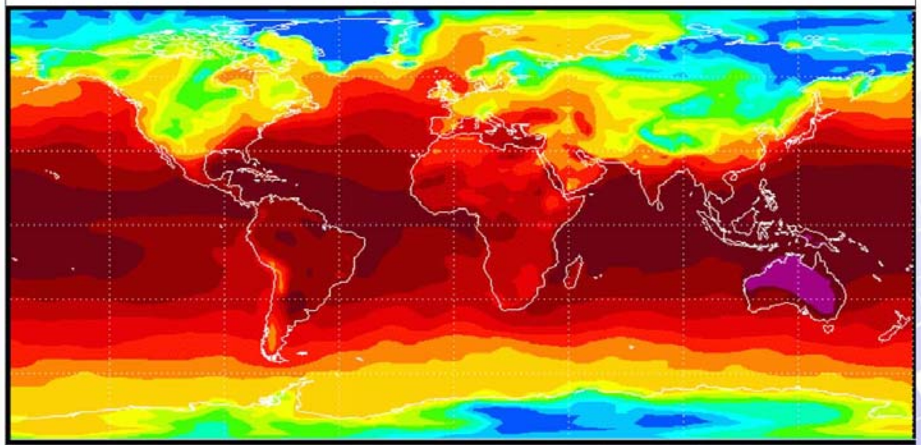
- Isolinen + Surface Plot



Beispiel: Gnuplot

Kombination

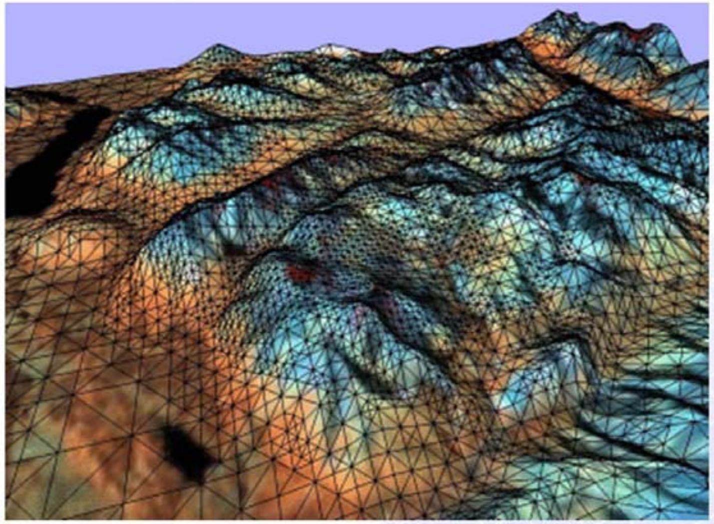
- Farbkodierung + Isolinien



Quelle: www.climateprediction.net

Kombinationen

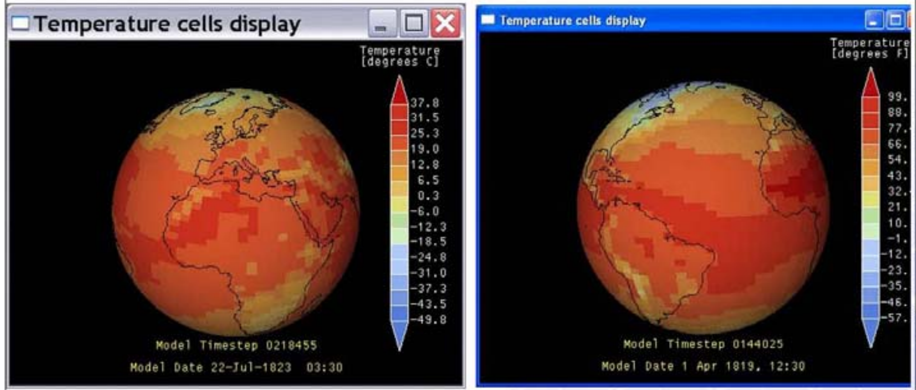
- Farbkodierung + Surface Plot



Zeitabhängige Skalarfelder

Animation

- Zeitliche Änderung der Temperaturverteilung



Quelle: www.climateprediction.net

Zusammenfassung

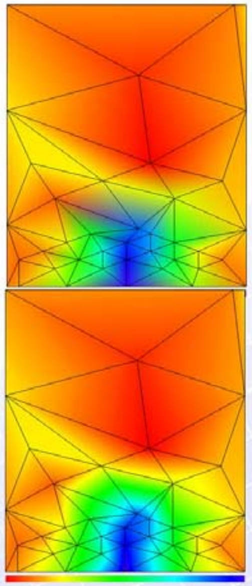
2D Skalarfelder:

- Skalarwert gegeben über einem beliebigen 2D Definitionsbereich
  (z.B. Ebene, Kugeloberfläche, beliebige Oberfläche in 3D)

Zusammenfassung

Farbkodierung

- Spezifiziere Farbtabelle *(Transferfunktion)*
- *Rasterisierungstechniken:*
  - *Schnell und einfach:* Lookup an den Vertices + Farbinterpolation pro Pixel
  - *Genauer:* Skalarwert-Interpolation pro Pixel + Lookup in Bildschirmauflösung

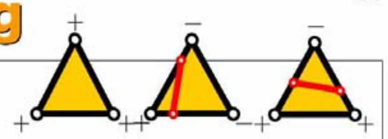


Zusammenfassung

Oberflächendarstellung:

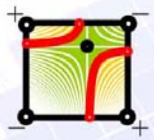
- Linienbasiert
  - Wireframe
  - Hidden Lines (erfordert Verdeckungsberechnung)
- Beleuchtete Oberflächen (Shaded Surface)
  - *Flat-Shading:* Normalenberechnung pro Fläche
  - *Gouraud-Shading:* Normalenberechnung pro Vertex

Zusammenfassung



Isolinien:

- Sequentieller Ansatz (cell-order appraoch)
  - Untersuche ob Isolinie die Zelle schneidet
  - Bestimme entsprechendes Liniensegment
- Für rektilineare Zellen: Mehrdeutigkeit erfordert „Decider“:
  - Midpoint Decider: einfach aber ungenau
  - Asypmtotic Decider: genauer

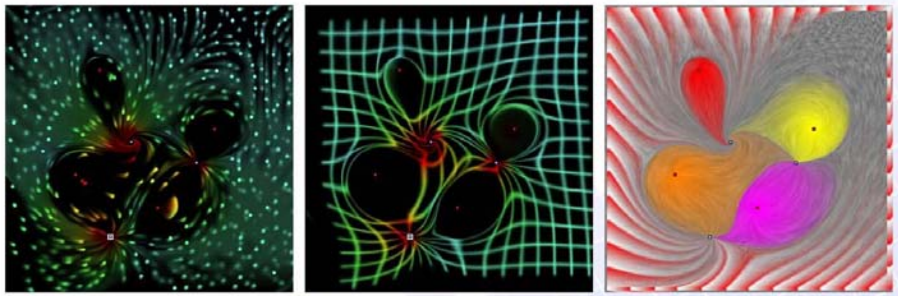


- Contour-Tracing: besser als sequentiell
- Glatte Isoflächen: Gradientenbestimmung

Nächste Stunde

2D Vektorfelder

- Differenzieren auf Vektorfeldern
- Integration von Partikelbahnen



Quelle: Jarke v. Wijk, Technische Universiteit Eindhoven, SIGGRAPH 2003