

Computergraphik II

Winter 2011/2012

12 Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF)

Versionsdatum: 19. Januar 2012



Prof. Dr. Andreas Kolb
Computer Graphics & Multimedia Systems

-Folie 12-1-

Computergraphik II

12 Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF)



Grundlegendes

Ziel: Realistische Szenendarstellung auf Basis physikalisch-basierter Lichtmodelle

Bislang: Phong-Modell, d.h. ausschließlich *lokale Beleuchtung*

1. vereinfache, punktförmige Lichtquellen
2. Farbe eines Oberflächenpunktes berechnet durch
 - Geometrische Größen: Flächennormale, Richtungen zu Lichtquelle und Beobachter
 - Intensität der Lichtquelle(n) und Reflexionsparameter der Fläche

Probleme des Phong-Modells: Nur diffuser Term ist physikalisch motiviert

- Ambienter Term: Approximation von indirekten Beleuchtungseffekten wie Schatten ($\Rightarrow$ CG-III, VR) und Inter-Objekt-Reflexionen ($\Rightarrow$ CG-III)
- Spekularer Term: Ist phänomenologisch ähnlich zu Plastik



Prof. Dr. Andreas Kolb
Computer Graphics & Multimedia Systems

-Folie 12-2-

Computergraphik II

12 Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF)

Vergleich Phong zu realer Rückstreuung

Erinnerung: Phong-Modell

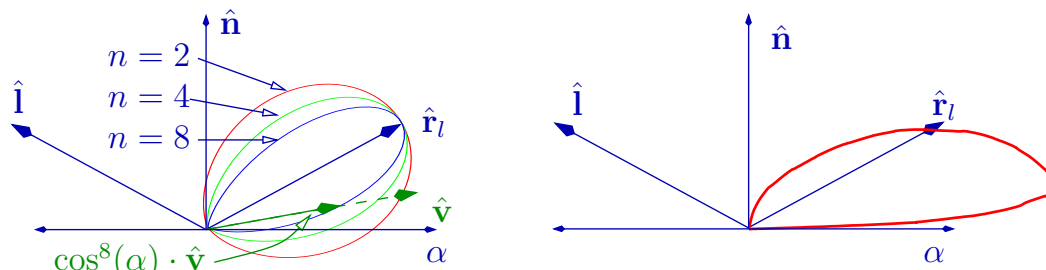
$$I_{\text{gesamt}} = k_a * L_a + \max\{(\hat{n} \cdot \hat{l}), 0\} \cdot k_d * L_d + \max\{(\hat{v} \cdot \hat{r}_l)^n, 0\} \cdot k_s * L_s$$

$I_{a,d,s}$ ambierter, diffuser, spekularer Beleuchtungsanteil

$L_{a,d,s}$ amb., diff., spek. Licht der Lichtquelle

$k_{a,d,s}$ amb., diff., spek. Reflexionskoeffizienten des Materials

Vergleich: Spiegelnder Anteil des Phong-Modells und von Aluminium



Phong Modell (links) und reales Aluminium (rechts)



Prof. Dr. Andreas Kolb
Computer Graphics & Multimedia Systems

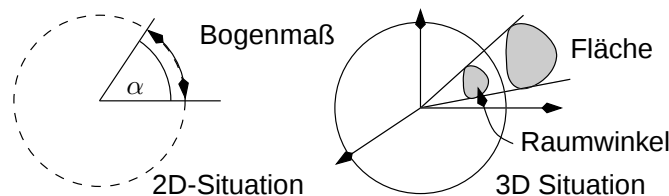
-Folie 12-3-

Computergraphik II

12.1 Physikalische Grundlagen

Steradian/Raumwinkel: Analog zum Bogenmaß als 2D-Winkelmaß

- „Raumbereich“ den eine Fläche bzgl. eines Zentrums ausfüllt
- Bezug ist die Einheitskugel $\Rightarrow$ Projektion der Fläche auf Einheitskugel
- Dimension: $[sr]$ (im Grunde aber dimensionslos)

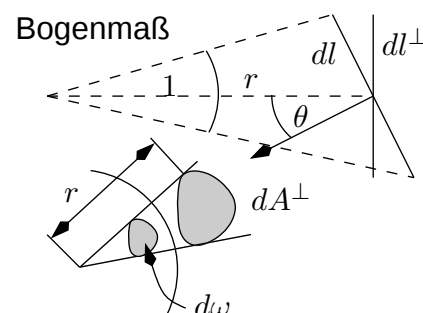


Berechnung des Raumwinkels für differentielle Fläche (Strahlensatz):

Strecke: $\frac{r}{1} = \frac{dl^\perp}{\text{Bogenmaß}} = \frac{\cos \theta dl}{\text{Bogenmaß}}$

Fläche: $\frac{r^2}{1} = \frac{dA^\perp}{d\omega} = \frac{\cos \theta dA}{d\omega}$

$$\Rightarrow d\omega = \cos \theta dA / r^2$$



Prof. Dr. Andreas Kolb
Computer Graphics & Multimedia Systems

-Folie 12-4-

Computergraphik II

Strahlungsphysikalische Größen

Radiant Flux (Strahlungsfluß, Strahlungsleistung): Lichtenergie durch

Fläche pro Zeit: $\Phi = \frac{dQ}{dt}$, $\left[W \triangleq \frac{J}{s} \right]$

Radiant Flux Density (Strahlungsflußdichte): Radiant Flux pro Fläche:

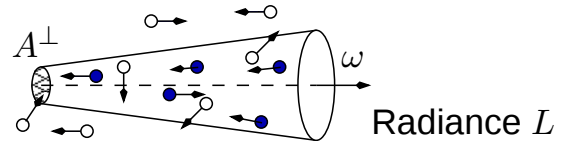
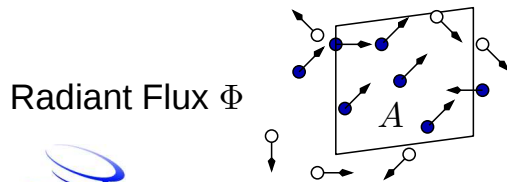
$$u = \frac{d\Phi}{dA}, \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

○ *Irradiance (Bestrahlungsstärke):* E = „einfallende Strahlungsflußdichte“

○ *Radiosity (Spez. Ausstrahlung):* B = „ausgehende Strahlungsflußdichte“

Radiance (Strahldichte): Radiant Flux Density bzgl. Raumwinkel:

$$L = \frac{d^2\Phi}{d\omega dA^\perp}, \left[\frac{W}{sr \cdot m^2} \right], dA^\perp \text{ ist Fläche senkrecht zu } d\omega$$



12.2 Definition der BRDF

Annahme: 1. es wird nur Reflexion betrachtet, keine Transmission

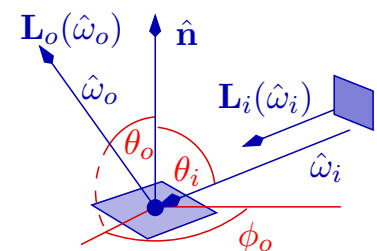
2. Einfallende Radiance L_i teilweise in outgoing Richtung ω_o reflektiert

3. unmittelbare Reflexion (keine Phosphoreszenz) in einer Wellenlänge (keine Fluoreszenz)

4. es gibt keine Streuung (Nebel, semi-transparentes Material (Haut))

Definition: Relation von ausgehender zu eingehender Radiance für Wellenlänge λ :

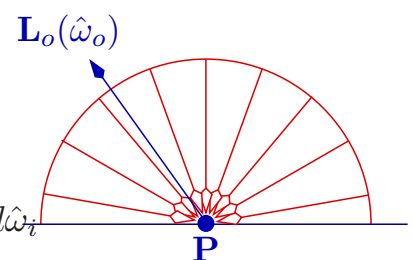
$$f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o, \lambda) = \frac{dL_o(\mathbf{P}, \hat{\omega}_o, \lambda)}{dL_i(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i, \lambda) \cos(\theta_i) d\hat{\omega}_i}$$



Lambertsches Gesetz: $L_i(\hat{\omega}_i) \cos(\theta_i)$ wandelt Radiance in Flächen-Irradiance

BRDF Beleuchtung: Sammeln der einfallenden Radiance über Halbkugel $\Omega(\hat{\mathbf{n}})$:

$$L_o(\hat{\omega}_o, \lambda) = \int_{\Omega(\hat{\mathbf{n}})} f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o, \lambda) L_i(\hat{\omega}_i) \cos(\theta_i) d\hat{\omega}_i$$



12.2 Definition der BRDF ...



Eigenschaften der BRDF

Reziprozität (Helmholtz): Vertauschen der Richtungen ändert nicht:

$$f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o) = f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_o \rightarrow \hat{\omega}_i)$$

Energieerhaltung: BRDF ist **konservativ**, wenn für eine Punktlichtquelle aus Richtung $\hat{\omega}_i^*$ gilt:

$$\underbrace{\mathbf{L}_i(\hat{\omega}_i^*) \cdot \cos(\theta_i)}_{\text{Irradiance bzgl. } \hat{\mathbf{n}}} \geq \underbrace{\int_{\Omega(\hat{\mathbf{n}})} \mathbf{L}_o(\hat{\omega}_o) \cos(\theta_o) d\hat{\omega}_o}_{\text{Radiance bzgl. } \hat{\mathbf{n}}}$$
$$\Leftrightarrow \mathbf{L}_i(\hat{\omega}_i^*) \cdot \cos(\theta_i) \geq \int_{\Omega(\hat{\mathbf{n}})} \left(\int_{\Omega(\hat{\mathbf{n}})} f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o) \mathbf{L}_i(\hat{\omega}_i) \cos(\theta_i) d\hat{\omega}_i \right) \cos(\theta_o) d\hat{\omega}_o$$

Punktl. $\Leftrightarrow \mathbf{L}_i(\hat{\omega}_i^*) \cdot \cos(\theta_i) \geq \int_{\Omega(\hat{\mathbf{n}})} f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i^* \rightarrow \hat{\omega}_o) \mathbf{L}_i(\hat{\omega}_i^*) \cos(\theta_i) \cos(\theta_o) d\hat{\omega}_o$

$$\Leftrightarrow 1 \geq \int_{\Omega(\hat{\mathbf{n}})} f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i^* \rightarrow \hat{\omega}_o) \cos(\theta_o) d\hat{\omega}_o$$



12.2 Definition der BRDF ...



Eigenschaften der BRDF (Fort.)

Isotropie und Anisotropie: BRDF-Reflexionsfaktor kann invariant unter Rotation um $\hat{\mathbf{n}}$ sein (**isotrop**) oder nicht (**anisotrop**)

Isotropie: $f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o) = f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i + \Delta\phi \rightarrow \hat{\omega}_o + \Delta\phi)$

Verschiebungsinvariant: Wenn BRDF an jedem Punkt identisch ist

$$f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o) = f_r(\mathbf{Q}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o), \text{ für } \mathbf{P} \neq \mathbf{Q}$$



Isotropes Material



Anisotropes Material



Nicht verschiebungsinv.



Verschiebungsinvariant



12.2 Definition der BRDF ...



Vereinfachung der BRDF

Initial hat die BRDF 7 Dimensionen: 2 für Position auf Fläche, 2x2 für Winkel $\omega_i = (\phi_i, \theta_i), \omega_o = (\phi_o, \theta_o)$ und die Wellenlänge λ

RGB-Primitive reduziert $\lambda \Rightarrow 6$ Dimensionen

Verschiebungsinvariant reduziert Position $\Rightarrow 4$ Dimensionen

Für isotrope Materialien reduziert einen $\phi \Rightarrow 3$ Dimensionen



12.3 Modifiziertes Phong-Modell



Das klassische Phong-Modell

Erinnerung: Definition der BRDF

$$f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o, \lambda) = \frac{d\mathbf{L}_o(\mathbf{P}, \hat{\omega}_o, \lambda)}{d\mathbf{L}_i(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i, \lambda) \cos(\theta_i) d\hat{\omega}_i}$$

Ambienter Term: „Unphysikalisch“ und nicht als BRDF darstellbar

Perfekt diffuses Material entspricht einer konstanten BRDF

$$f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o) = k_d, \text{ denn } \mathbf{L}_o(\mathbf{P}, \hat{\omega}_o) = k_d \cdot \cos(\theta_i) \cdot \mathbf{L}_i(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i)$$

Perfekt spiegelndes Material entspricht folgender BRDF $((-\hat{\omega}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}) = \cos \theta_i)$

$$f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o) = k_s \frac{(-\hat{\omega}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_{\hat{\omega}_o})^n}{(-\hat{\omega}_i \cdot \hat{\mathbf{n}})}, \text{ denn } \mathbf{L}_o(\mathbf{P}, \hat{\omega}_o) = k_s \cdot (-\hat{\omega}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_{\hat{\omega}_o})^n \cdot \mathbf{L}_i(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i)$$

$\Rightarrow$ Das Phong-Modell ist isotrop, aber weder reziprok noch konservativ!



Das modifizierte Phong-Modell

Energieerhaltung des diffusen Terms (s.o.):

Nötige Bedingung (s.o.): $\int_{\Omega(\hat{\mathbf{n}})} f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o) \cos(\theta_o) d\hat{\omega}_o \leq 1$

$$\int_{\Omega(\hat{\mathbf{n}})} f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o, \lambda) \cos(\theta_o) d\hat{\omega}_o = k_d \cdot \int_{\Omega(\hat{\mathbf{n}})} \cos(\theta_o) d\hat{\omega}_o = k_d \cdot \pi \leq 1$$

Modifiziertes Phong-Modell: Mischung aus diffusem und spekularem Term,

- Diffuser Term: Normierung mit $1/\pi \Rightarrow$ Energieerhaltung
- Spiegelnder Term: Weglassen von $1/(-\hat{\omega}_i \cdot \hat{\mathbf{n}})$ ($\Rightarrow$ Reziprozität) & Normierung ($\Rightarrow$ Energieerhaltung)

$$f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o) = \frac{k_d}{\pi} + \frac{k_s(n+2)}{2\pi} (-\hat{\omega}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_{\hat{\omega}_o})^n, \text{ energieerhaltend für } k_d + k_s \leq 1$$

Visueller Eindruck des Phong-Modell bleibt unverändert („Plastik-Shader“)



12.4 Physikalisch basierte BRDFs

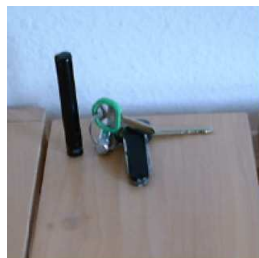


Grundsätzliche Ansätze

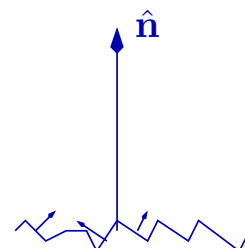
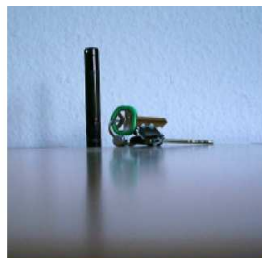
Messung realer Materialien: Approximation der realen Daten

Physikalisches Modell: Beschreibung physikalischer Phänomene in einem (Rechen-)Modell & Auswertung.

- **Oberflächenstruktur:** Licht interagiert mit Mikrostrukturen, die nicht geometrisch modelliert werden können.
- **Fresnel-Term:** Zusammenhang zwischen Spiegelung und Transmission/Absorption vom Einfallswinkel
 - ❑ Flacher Winkel: Kaum Transmission, viel Spiegelung
 - ❑ Steiler Winkel & transp. Material: Viel Transm., wenig Spiegelung



Beispiel zu Fresnel-Einfluß



Idee der Mikrofacetten



12.4.1 Das Cook-Torrance Modell



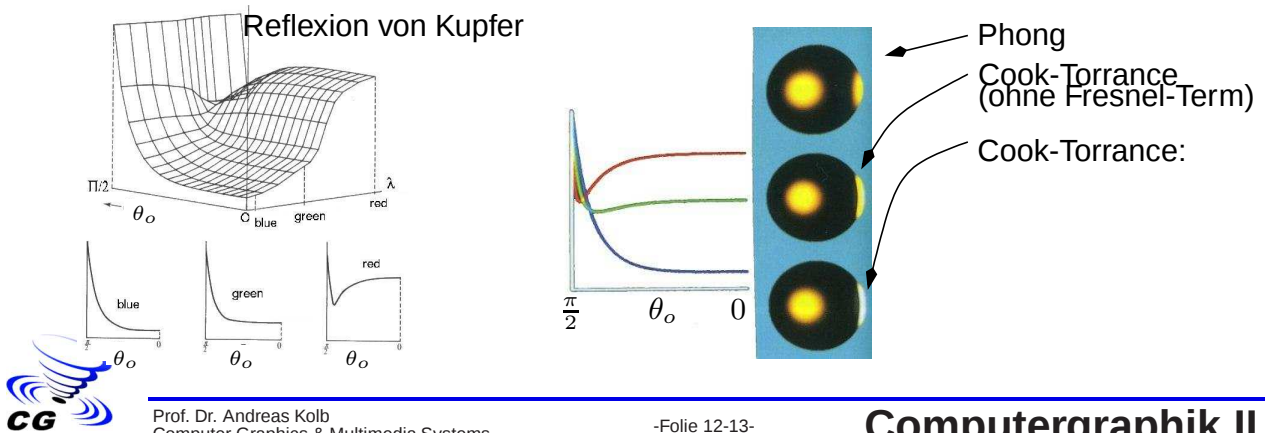
Im Überblick

Cook-Torrance BRDF:
$$f_r(\mathbf{P}, -\hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o) = \frac{k_d}{\pi} + k_s \frac{F \cdot G \cdot D}{\cos(\hat{\mathbf{n}}, -\hat{\omega}_i) \cos(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\omega}_o)}$$

Bestandteile des Cook-Torrance Modells

- F : Fresnel-Term (s.o.)
- D : Verteilungsfunktion der Mikrostrukturen
- G : Geometrie-Term: Berücksichtigt die Verschattung der Mikrofacetten

Vergleich :



Prof. Dr. Andreas Kolb
Computer Graphics & Multimedia Systems

-Folie 12-13-

Computergraphik II

12.4.1 Das Cook-Torrance Modell ...



Fresnel Term

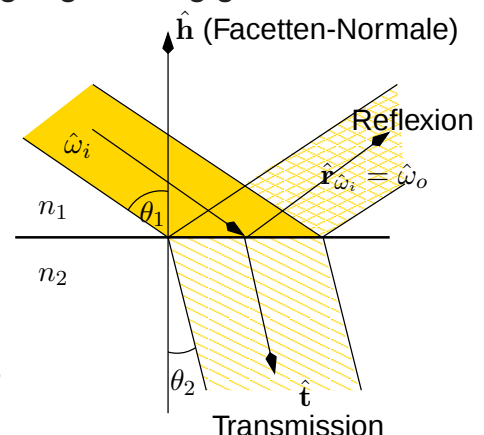
Erinnerung CG-I: Lichtbrechung an Materialübergang abhängig von

- Brechungsindex $n = \frac{\text{Lichtgeschw. im Vakuum } c}{\text{Lichtgeschw. in Materie } v}$
- Einfallswinkel θ_1

Brechungsgesetz und Gesamtbrechungsindex

$$\eta = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$

Beispiele: Luft $n \approx 1$, Wasser $n = 1.333$, Flintglas $n = 1.613$



Fresnel-Term: Reflektivität für Brechungsindex η und Halfway-Vektor

$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{-\hat{\omega}_i + \hat{\omega}_o}{\|-\hat{\omega}_i + \hat{\omega}_o\|} \quad (\text{Beachte: Beim Phong-Modell ist } \hat{\mathbf{I}} = -\hat{\omega}_i)$$

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{g - c}{g + c} \right)^2 \left(1 + \left(\frac{c(g + c) - 1}{c(g - c) + 1} \right)^2 \right), \quad c = (-\hat{\omega}_i \cdot \hat{\mathbf{h}}), \quad g = \sqrt{\eta^2 + c^2 - 1}$$



Prof. Dr. Andreas Kolb
Computer Graphics & Multimedia Systems

-Folie 12-14-

Computergraphik II

12.4.1 Das Cook-Torrance Modell ...



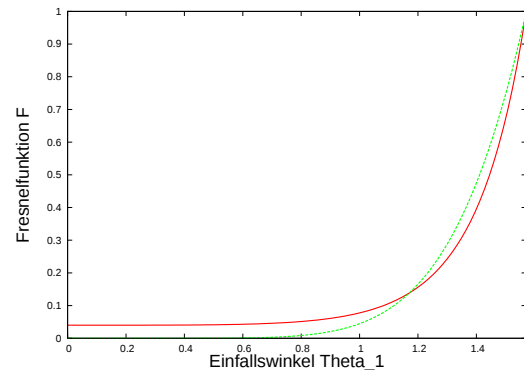
Bemerkung: Fresnel-Term

Grundannahme: Perfekt glattes Material

Eigenschaft: Starke Reflexion im Falle flacher Einfallswinkel, also $\theta_i \rightarrow 90^\circ$

Vereinfachung für nichtleitendes (dielektrisches) Material

$$F = \left(1 - \left(-\hat{\omega}_i \cdot \hat{\mathbf{h}}\right)\right)^4$$



Vergleich Fresnelterm (rot) mit Approximation (grün) für $\eta = 1.5$



12.4.1 Das Cook-Torrance Modell ...



Mikrofacetten

Modell: Oberfläche besteht aus symmetrischen, V-förmigen, perfekten Mikrospiegeln (**Mikrofacetten**), Reflexion findet nur in der idealen Richtung statt

Wahrscheinlichkeitsverteilung D legt fest, wieviele Mikrospiegel von $\hat{\omega}_i$ nach $\hat{\omega}_o$ reflektieren

Halfway-Vektor: $\hat{\mathbf{h}} = \frac{-\hat{\omega}_i + \hat{\omega}_o}{\|-\hat{\omega}_i + \hat{\omega}_o\|}$, Abweichung von Normale: $\gamma = \angle(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{h}})$

Bsp. Gaußverteilung: $D(\gamma) = \frac{1}{m\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\gamma^2}{2m^2}}$, m beschreibt Rauigkeit

Alternative: Beckmann-Verteilungsfunktion

$$D(\gamma) = \frac{1}{4m^2 \cos^4 \gamma} e^{-\left(\frac{\tan \gamma}{m}\right)^2}$$

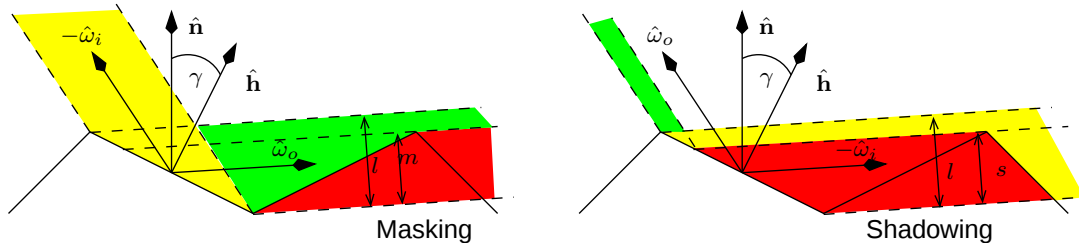


12.4.1 Das Cook-Torrance Modell ...



Shadowing und Masking

Mikrofacetten verschatten u.U. einfallendes Licht (Shadowing) oder ausfallendes Licht (Masking)



Relativer Anteil reflekt. Lichts: $G_m = \frac{l-m}{l}$ (Masking), $G_s = \frac{l-s}{l}$ (Shadowing)

Geometrie-Term G beschreibt beide Verschattungseffekte

$$G = \min\{1, G_m, G_s\} = \min\left\{1, \frac{2(\hat{\mathbf{h}} \cdot \hat{\mathbf{n}})(\hat{\omega}_o \cdot \hat{\mathbf{n}})}{(\hat{\mathbf{h}} \cdot \hat{\omega}_o)}, \frac{2(\hat{\mathbf{h}} \cdot \hat{\mathbf{n}})(\hat{\omega}_i \cdot \hat{\mathbf{n}})}{(\hat{\mathbf{h}} \cdot \hat{\omega}_i)}\right\}$$



Prof. Dr. Andreas Kolb
Computer Graphics & Multimedia Systems

-Folie 12-17-

Computergraphik II

12.4.2 BRDFs für reale Materialien



Annahme im Folgenden: Verschiebungsinvariant BRDF

Ziel: Messung realer Materialien und Verwendung in Beleuchtungsberechnung

Messung mittels **Gonio-Reflektometer**

- Punktlichtquelle $\hat{\omega}_i$
- Lichtdetektor (Photozelle) $\hat{\omega}_o$
- Diskrete Abtastung auf Hemisphäre
 $\Rightarrow N_{\phi_i} \cdot N_{\theta_i} \cdot N_{\phi_o} \cdot N_{\theta_o}$ Messwerte

**Direkte Speicherung als 4D- (anisotrop)
bzw. 3D-Array (isotrop) sehr aufwändig**

Ansatz: Approximation der BRDF-Werte mit
tels Texturen

$$f_r(\mathbf{P}, \hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o) \approx \sum_{j=1}^J g_j(\hat{\omega}_i) \cdot h_j(\hat{\omega}_o)$$



Ziel: Gute Approximation mit kleinem J



Prof. Dr. Andreas Kolb
Computer Graphics & Multimedia Systems

-Folie 12-18-

Computergraphik II

12.4.2 BRDFs für reale Materialien ...



Exkurs: Singulärwertzerlegung (singular value decomposition, SVD)

Gegeben: Matrix $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$

SVD liefert Zerlegung von M in folgender Form:

$$M = U \cdot \Sigma \cdot V^T$$

$$= \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \hat{\mathbf{u}}_1 & \hat{\mathbf{u}}_2 & \hat{\mathbf{u}}_3 & \cdots & \hat{\mathbf{u}}_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \sigma_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cdots & \hat{\mathbf{v}}_1^T & \cdots \\ \cdots & \hat{\mathbf{v}}_2^T & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \hat{\mathbf{v}}_n^T & \cdots \end{pmatrix}$$

wobei $\{\hat{\mathbf{u}}_k\}_{k=1}^n$ und $\{\hat{\mathbf{v}}_l\}_{l=1}^n$ jeweils orthonormale Vektoren sind und $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n$

Umformulierung ergibt: $M = \sum_{i=1}^n \sigma_i \hat{\mathbf{u}}_i \cdot \hat{\mathbf{v}}_i^T$



$\sum_{i=1}^{n'} \sigma_i \hat{\mathbf{u}}_i \cdot \hat{\mathbf{v}}_i^T$ ist für $n' < n$ ist beste Approximation an M aus $2n'$ Vektoren

12.4.2 BRDFs für reale Materialien ...



BRDF-Faktorisierung

Gegeben: Gemessene BRDF $f_r(\hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o)$ für Winkel $\hat{\omega}_i^k, \hat{\omega}_o^l$, $k, l = 1, \dots, N$

Gesucht: Texturen $g_j(\hat{\omega}_i), h_j(\hat{\omega}_o)$, $j = 1, \dots, J$, die $f_r(\hat{\omega}_i \rightarrow \hat{\omega}_o)$ gut approx.

Ansatz: Löse das Problem mittels SVD; M beschreibt Messwerte

$$M = \begin{pmatrix} f_r(\hat{\omega}_i^1 \rightarrow \hat{\omega}_o^1) & f_r(\hat{\omega}_i^1 \rightarrow \hat{\omega}_o^2) & f_r(\hat{\omega}_i^1 \rightarrow \hat{\omega}_o^3) & \cdots & f_r(\hat{\omega}_i^1 \rightarrow \hat{\omega}_o^N) \\ f_r(\hat{\omega}_i^2 \rightarrow \hat{\omega}_o^1) & f_r(\hat{\omega}_i^2 \rightarrow \hat{\omega}_o^2) & f_r(\hat{\omega}_i^2 \rightarrow \hat{\omega}_o^3) & \cdots & f_r(\hat{\omega}_i^2 \rightarrow \hat{\omega}_o^N) \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ f_r(\hat{\omega}_i^N \rightarrow \hat{\omega}_o^1) & f_r(\hat{\omega}_i^N \rightarrow \hat{\omega}_o^2) & f_r(\hat{\omega}_i^N \rightarrow \hat{\omega}_o^3) & \cdots & f_r(\hat{\omega}_i^N \rightarrow \hat{\omega}_o^N) \end{pmatrix}$$

$$= \sum_{i=1}^n \sigma_i \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix}_i \cdot (v_1, v_2, \dots, v_N)_i$$

Zeilen $\hat{=}$ $\hat{\mathbf{u}}_i$ $\hat{=}$ konstante Lichtrichtung, Spalten $\hat{=}$ $\hat{\mathbf{v}}_i$ $\hat{=}$ konstante Blickrichtung,



BRDF-Faktorisierung – Vorgehen

1. Diskretisierung der Richtungen der Hemisphäre: $\phi_i^r, \theta_i^r, \phi_o^r, \theta_o^r, r = 1, \dots, R$
2. Messung der BRDF-Werte $f_r(\hat{\omega}_i^k \rightarrow \hat{\omega}_o^l)$ für alle Kombinationen $(\phi_i^{r_1}, \theta_i^{r_2}, \phi_o^{r_3}, \theta_o^{r_4}), r_i \in \{1, \dots, R\}$ (R^4 Messungen)
3. Aufstellen der Matrix $M = (f_r(\hat{\omega}_i^k \rightarrow \hat{\omega}_o^l)) \in \mathbb{R}^{N \times N}$
Achtung: Es gibt $N = R^2$ viele Richtungen die sequentiell notiert werden:
 $\hat{\omega}_i^k = (\phi_i^{r_1}, \theta_i^{r_2}), k = R \cdot r_1 + r_2$ bzw. $\hat{\omega}_o^l = (\phi_o^{r_3}, \theta_o^{r_4}), l = R \cdot r_3 + r_4$,
4. Ermittlung der SVD und Approximation durch Abbruch nach J Summanden

$$M \approx \sum_{i=1}^J \sigma_i \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix}_i \cdot (v_1, v_2, \dots, v_N)_i = \sum_{i=1}^J \sigma_i \hat{\mathbf{u}}_i \cdot \hat{\mathbf{v}}_i^T$$

5. Aufstellen der Texturen $g_i(\hat{\omega}_i)$ und $h_i(\hat{\omega}_o)$ aus $\hat{\mathbf{u}}_i$ bzw. $\hat{\mathbf{v}}_i$.

Achtung: Texturen ergeben sich durch „Re-Sequentialisierung“ der $\hat{\mathbf{u}}_i$ und $\hat{\mathbf{v}}_i$, die Texture-Koordinaten entsprechen $(\phi_i^{r_1}, \theta_i^{r_2})$ bzw. $(\phi_o^{r_3}, \theta_o^{r_4})$

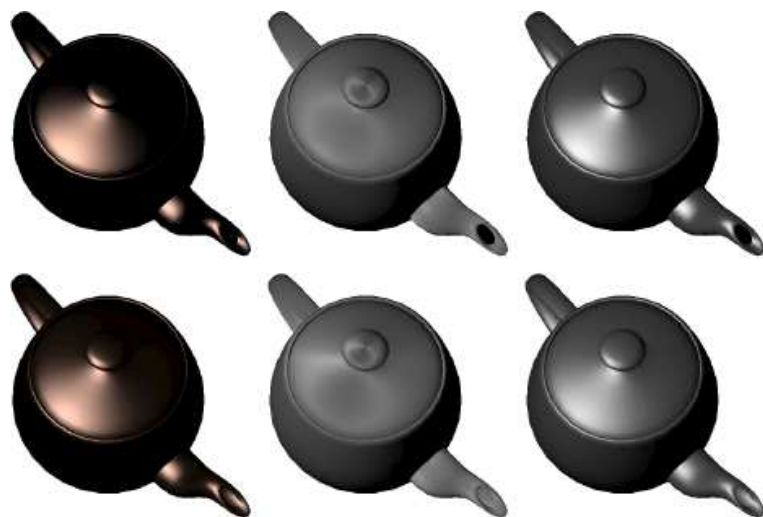


12.4.2 BRDFs für reale Materialien ...



Beispiel: Ergebnis der BRDF Approximation

Beispiel für Daten aus synthetischen BRDFs, oben korrekte BRDF, unten Approximation mit $J = 1$ (Quelle: Jan Kautz)



HTSG Copper

Poulin/Fournier
Brushed Metal

Lafortune/Willems
Modifies Phong
Model



Beispiel: Ergebnis der BRDF Approximation

Beispiel für Daten aus gemessenen BRDFs, oben korrekte BRDF, unten Approximation mit $J = 1$ (Quelle: Jan Kautz)

