Computergraphik II

Winter 2011/2012

4 Polygon-Netze

Versionsdatum: 31. Oktober 2011

4.1 Grundlagen Polygon-Netze

Motivation:

1. Echtzeit-Graphik: Umwandlung von Geometrien in Polygone/Dreiecke erforderlich
2. Viele Geometrien liegen nur in Polygonform vor

Begriffe: ***Polygon-Netze*** bestehen aus

- Menge von ***Punkten/Vertices***: $\mathcal{V} = \{\mathbf{V}_i\},\ i = 1, \ldots, N_V$
- Menge von ***Kanten***:
  $\mathcal{E} = \{\mathbf{E}_{ij}\}, \mathbf{E}_{ij} = \overline{\mathbf{V}_i \mathbf{V}_j},\ i, j \in \{1, \ldots, N_V\},\ N_E = |\mathcal{E}|$
- Menge von ***ebenen Polygonen/Flächen***: $\mathcal{F} = \{\mathbf{F}_i\},\ i = 1, \ldots, N_F$

Folgende Beziehungen gibt es zwischen diesen Entitäten:

Adjazenz (angrenzend): $\overline{\mathbf{V}_i \mathbf{V}_j}$ ***grenzt an*** Punkte $\mathbf{V}_i, \mathbf{V}_j$, Polygon $\mathbf{F}$ grenzt an entspr. Kanten und Punkte

Valenz: Anzahl der Kanten, die an einem Punkt angrenzen

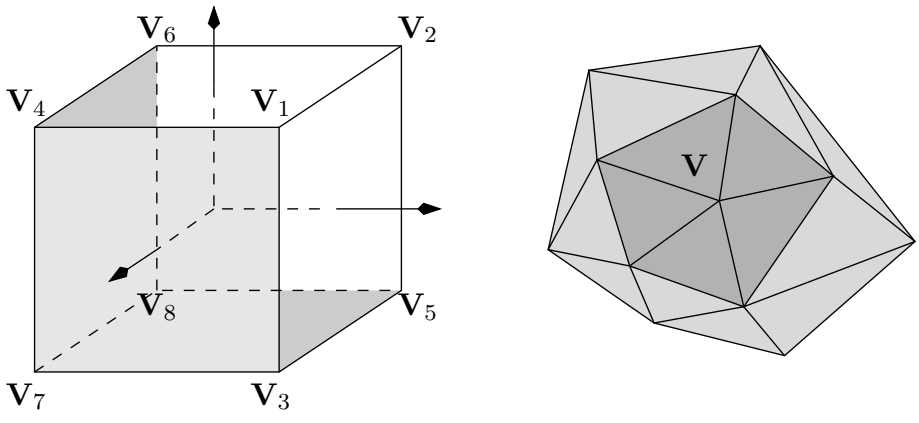
1-Nachbarschaft von $\mathbf{V}$: Alle (direkt) angrenzenden Polygone, Kanten und Punkte

n-Nachbarschaft von $\mathbf{V}$: Die 1-Nachbarschaft der $(n-1)$-Nachbarschaft

Beispiel: Würfel

Punkte, Kanten und Flächen ergeben sich zu

- $\mathcal{V} = \{(1,1,1), (1,1,-1), (1,-1,1), (-1,1,1), (1,-1,-1), (-1,1,-1), (-1,-1,1), (-1,-1,-1)\}$
- $\mathcal{E} = \{\mathbf{E}_{1,2}, \mathbf{E}_{1,3}, \mathbf{E}_{1,4}, \mathbf{E}_{2,5}, \mathbf{E}_{2,6}, \mathbf{E}_{3,5}, \mathbf{E}_{3,7}, \mathbf{E}_{4,6}, \mathbf{E}_{4,7}, \mathbf{E}_{5,8}, \mathbf{E}_{6,8}, \mathbf{E}_{7,8}\}$
- $\mathcal{F} = \{\{1,3,5,2\}, \{1,4,7,3\}, \{1,2,6,4\}, \{8,5,3,7\}, \{8,6,2,5\}, \{8,7,4,6\}\}$

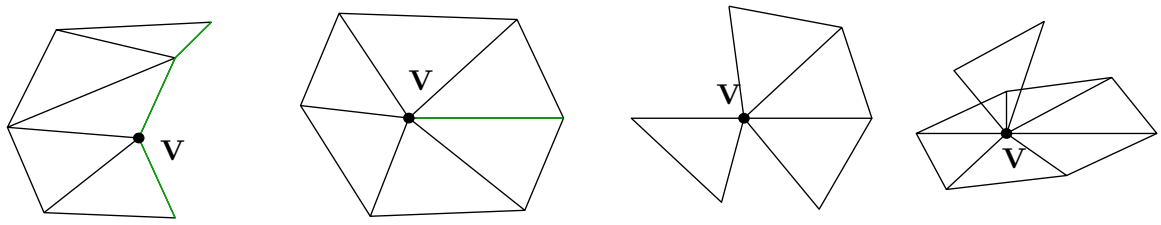


Links: 1-Nachbarschaft von $\mathbf{V}_7$; Rechts: 1- und 2-Nachbarschaft

2-mannigfaltige Polygon-Netze

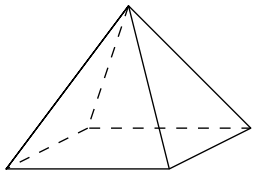
Ein ***2-mannigfaltiges Polygon-Netz*** hat folgende Eigenschaften:

- Keine Durchdringung: Schnitt zweier Polygone ist Punkt, Kante oder leer
- an einer Kante liegen ein (***Randkante***) oder zwei Polygone (***innere Kante***)
- Polygone um einen Punkt: ***Offener (Randpunkt)*** oder ***geschlossener Fächer (innerer Punkt)***
- Fläche ist orientierbar & besteht aus einer ***Zusammenhangskomponente***
- und die ***Euler-Formel*** gilt: $\boxed{N_V - N_E + N_F = 2(1 - N_G) - N_B}$
  wobei N_G ***# Durchgangslöcher (Genus)***, N_B ***# Rand-Linienzüge***

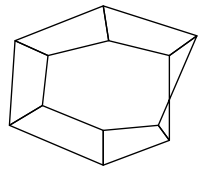


Links: Rand- und innerer Punkt bzw. Kante; Rechts: nicht-mannigfaltige Polygon-Netze

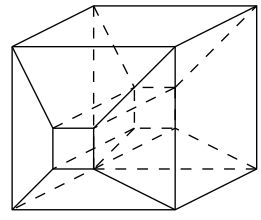
Beispiel: Euler-Formel



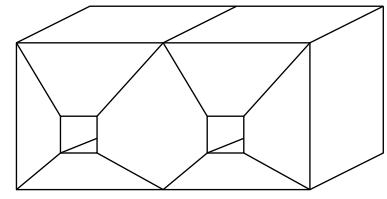
Pyramide
(ohne Boden)



Möbuis-Band



Würfel
(1 Durchgangsloch)



Quader
(2 Durchgangslöcher)

Eulerformel:

Pyramide ohne Boden:

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} N_P & - & N_E & + & N_F & = & 2 & - & 2 \cdot N_G - N_B \\ 5 & - & 8 & + & 4 & = & 2 & - & 0 - 1 \end{array}$$

Würfel mit Durchgangsloch:

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} N_P & - & N_E & + & N_F & = & 2 & - & 2 \cdot N_G - N_B \\ 16 & - & 32 & + & 16 & = & 2 & - & 2 - 0 \end{array}$$

Möbuisband:

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} N_P & - & N_E & + & N_F & \stackrel{?}{=} & 2 & - & 2 \cdot N_G - N_B \\ 12 & - & 18 & + & 6 & \neq & 2 & - & 0 - 1 \end{array}$$

Quader mit 2 Durchgangslöcher:

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} N_P & - & N_E & + & N_F & = & 2 & - & 2 \cdot N_G - N_B \\ 28 & - & 58 & + & 28 & = & 2 & - & 4 - 0 \end{array}$$

4.2 Datenstrukturen für Polygon-Netze

Ziel: Anwendungsoptimierte Repräsentationsstruktur, z.B.

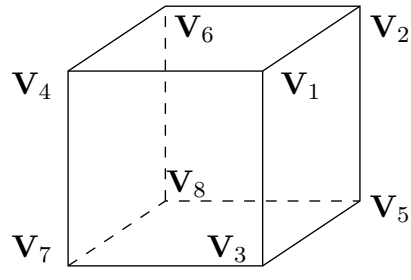
- Effizientes Rendering: Nur Dreiecke, effiziente Datenübertragung
- Mesh-Editing: Effizienter Zugriff auf Polygondaten, z.B. Nachbarn

Separate Speicherung von ***Geometrie*** (Punkt-Koord.) und ***Topologie*** (Verbindungsdaten)

Shared Vertex Format (auch: Indexed Face-Set)

Anwendung: Rendering

Ansatz: Explizite Speicherung der Geometrie, Referenzierung für Topologie



Optimierung in OpenGL:

`GL_TRIANGLE_STRIP`, `GL_TRIANGLE_FAN`, `GL_QUAD_STRIP` oder Vertex-Arrays (CG I)

- Punkte: $\mathbf{V}_i = (x_i, y_i, z_i),\ i = 1, \ldots, 8$
- Flächen: $\mathcal{F} = \{\{1,3,5,2\},\ \{1,4,7,3\},\ \{1,2,6,4\},\ \{8,5,3,7\},\ \{8,6,2,5\},\ \{8,7,4,6\}\}$

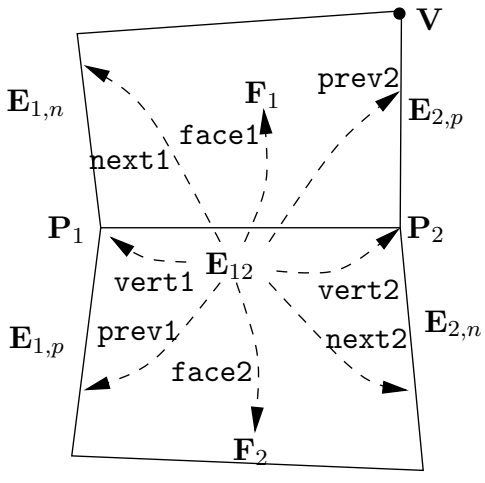
Winged-Edge Repräsentation

Speicherung von Daten pro

Punkt $\mathbf{V}_i$: Koordinaten und Verweis auf eine Kante (`edge`)

Polygon $\mathbf{F}$: Verweist auf eine anliegende Kante (`edge`)

Kante $\mathbf{E}_{ij}$: Verwaltet Verweise auf anliegende
- Punkte `vert1, vert2`
- Polygone `face1, face2`
- zwei nächsten Kanten je Endpunkt (`prev1, next1, prev2, next2`)



Bemerkung:

Schneller Zugriff auf Polygonkanten/-ecken und Kanten um eine Ecke

Problem: Orientierte Kante erzwingt if-Statement; Beispiel Zugriff auf $\mathbf{V}$:

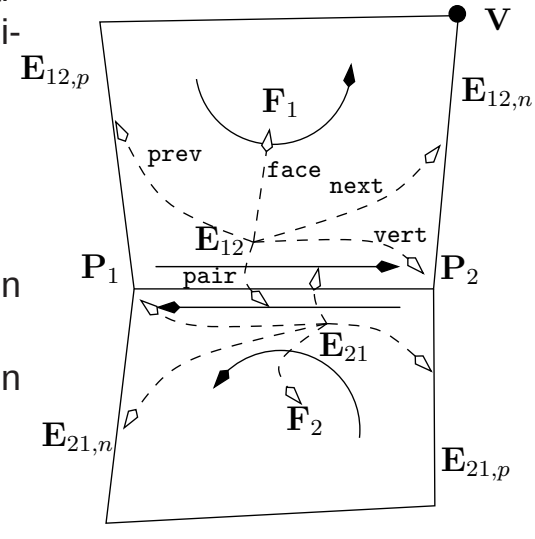
```
if( e_12->prev2->vert1 == e_12->vert2 ) v = e_12->prev2->vert2;
else                                    v = e_12->prev2->vert1;
```


Half-Edge Datenstruktur

Ansatz: Wie Winged-Edge Datenstruktur, allerdings wird Kanteninformation geteilt: Eine ***Halbkante*** pro Ecke

Daten pro Halbkante:

1. Verweis auf Endpunkt (`vert`)
2. Verweis auf andere Halbkante (`pair`)
3. Verweis auf zugehöriges Polygon (`face`)
4. Verweis auf benachbarte Halbkanten (`prev, next`)



Zugriffe auf $\mathbf{V}$ ohne if-Statement:

```
v = e_12->next->vert
```

Beachte: Zwei zusätzliche Verweise pro Kante (zwei Halbkanten) als bei Winged-Edge durch `pair`

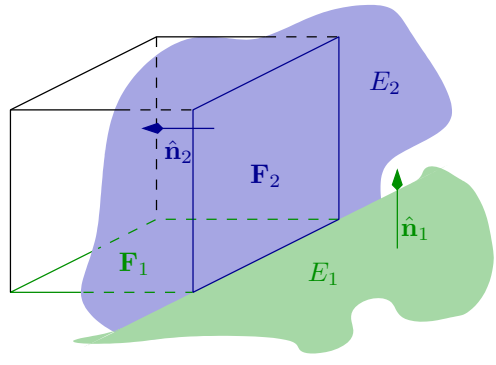
Repräsentation konvexer Polygon-Netze

Konvexe Polygon-Netze: Geschlossene Polygon-Netze, die konvexe Menge $\mathcal{M}$ umschliessen
Anwendungen: Hauptsächlich als Bounding-Volumen

Polygon-Repräsentation: $\mathbf{F}_i \in \mathcal{F}, \hat{\mathbf{n}}_i = \left(n_x^i, n_y^i, n_z^i\right)^T \perp \mathbf{F}_i$ und $\mathbf{X}_i \in \mathbf{F}_i$:

Polygon-Ebene $E_i : x \cdot n_x^i + y \cdot n_y^i + z \cdot n_z^i + d^i = 0, \quad d^i = -(\mathbf{X}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}_i)$

so dass ***Halbraum*** $\mathcal{H}_i = \{\mathbf{P} \ : \ E_i(\mathbf{P}) \geq 0\} \supseteq \mathcal{M}$; dann gilt: $\mathcal{M} = \bigcap_{i=1}^{N_F} \mathcal{H}_i$



4.3 Spezielle Datenstruktur: Terrain-Modellierung

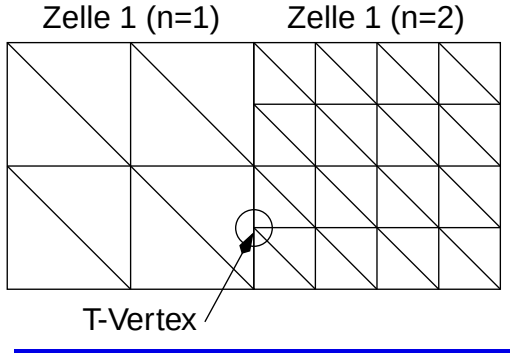
Anwendung: Beobachterabhängige Terrain-Modellierung

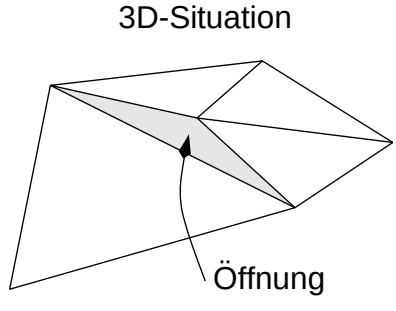
Gegeben: Höheninformation $h(u, v)$ über $(u, v)-$Ebene in beliebiger Genauigkeit

Ziel: Erzeugung eines Polygon-Netzes, abhängig von Beobachter-Position

Ansatz: 1. Festlegung von grober Auflösung $k \times k$ (***Zelle***)
2. $2^n \times 2^n$-Aufteilung jeder Zelle abhängig von Position und Orientierung des Beobachters

Beachte: Verschiedene Aufteilungen erzeugen u.U. ***T-Vertices*** $\Rightarrow$ Render-Problem





Ansatz: **Th. Ulrich, Gamasutra, 2000**

Ausgangslage: Eine Zelle mit ***aktivierten (enabled)*** Eckpunkten und Zentrum

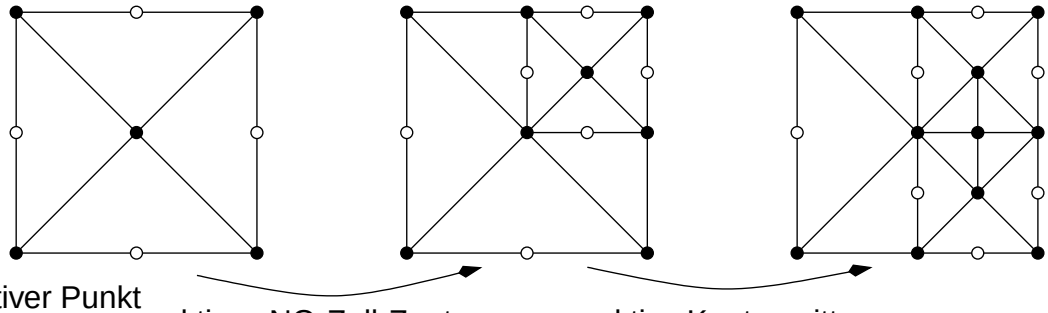
Unterteilungsregeln: ❍ Aktiv. Zell-Zentrum erzwingt aktive Zelleckpunkte

❍ Aktiv. Kanten-Mittelpunkt erzwingt aktives Zellen-Zentrum der Nachbarzelle

Mögliche Entscheidungskriterien: ❍ Abstand vom Beobachter

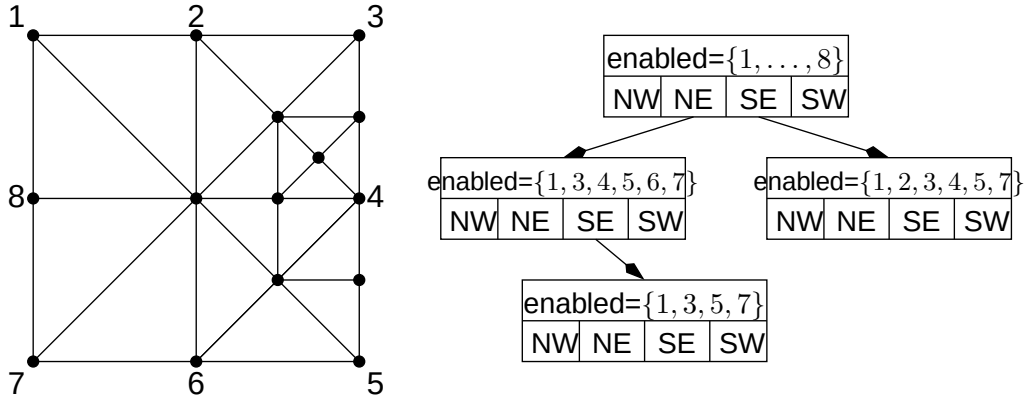
❍ Approximationsgüte des Höhenfelds h, z.B. Kante

$\mathbf{E}_{ij} : \left| h\left(\frac{\mathbf{V}_i+\mathbf{V}_j}{2}\right) - \frac{h(\mathbf{V}_i)+h(\mathbf{V}_j)}{2} \right| \geq \varepsilon$



Ansatz: **Th. Ulrich, Gamasutra, 2000 (Forts.)**

Speicherung der Zell-Unterteilung in ***Quad-Tree***



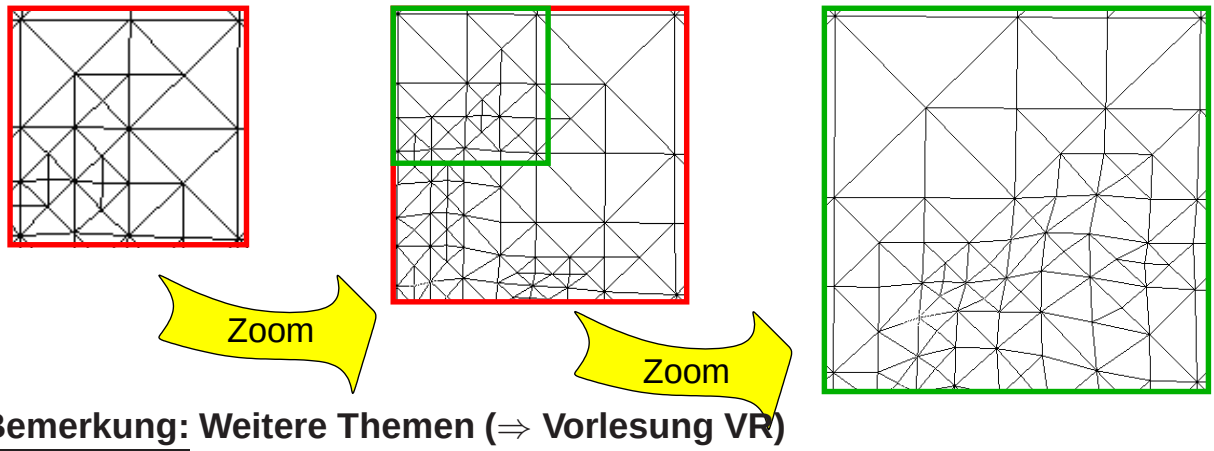
Rendering der Quad-Tree-Blätter mit `GL_TRIANGLE_FAN`, für Bereiche ohne Sub-Quad

Quelle: Thatcher Ulrich: ***Continuous LOD Terrain Meshing Using Adaptive Quadtrees***

`www.gamasutra.com/features/20000228/ulrich_01.htm`

Beispiel: Th. Ulrich, Gamasutra 2000

Zoom-Folge von oben an ein Terrain:



Bemerkung: Weitere Themen (⇒ Vorlesung VR)

- Mesh-Optimierung, z.B. Glätten
- Mesh-Reduktion
- Mesh-Übertragung (Sequentialisierung)