

# Virtual Reality

Sommer 2012

## 6 Mesh-Optimierung und -Übertragung

Versionsdatum: 18. Juni 2012



## 6 Mesh-Optimierung und -Übertragung ...



### Motivation: Mesh-Reduktion

**Polygonmodelle** sind je nach Herkunft sehr hoch aufgelöst (> 1 Mio. Tri.)

**Reduktion:** Verringerung der Modellkomplexität

- möglichst geringe (visuelle) Fehler im Modell
- steuerbar je nach Zielsetzung, z.B. max. Dreieckzahl oder max. Fehler
- ggf. Entfernung unsichtbarer Objektteile (vgl. Culling)

**Fragen:**  Wie wird Modell vergrößert?

- Wie misst man den entstandenen Fehler?

### Motivation: Mesh-Übertragung

**VR-Anwendungen** sind häufig verteilte Systeme bei evtl. schmalbandigen Netzen

**Fragen:**  Wie kann ein Modell komprimiert übertragen?

- Wie kann ein Modell streamingfähig gemacht werden?



## 6.1 Edgebreaker



**Zielsetzung:** Komprimierte Übertragung von Dreiecksnetzen

**Naiver Ansatz:** Speicherung als indiziertes Dreiecksformat

- Vertex-Koordinaten:  $3 \times 32$  bit (float)
- Konnektivität:  $3 \times 32$  bit pro Dreieck (int)

Pro Vertex zwei neue Dreiecke  $\Rightarrow$  Konnektivitätstabelle doppelt so groß

**Grundgedanke:** ○ Trenne *Geometrie* (Vertexdaten) und *Topologie* (Konnektivität)

- Effiziente Speicherung der Konnektivität

**Randbedingungen:** ○ Mannigfaltiges Dreiecksnetz (siehe CG2)

- Das Mesh hat Genus 0, d.h.
  - es ist geschlossen und „kugelähnlich“, **oder**
  - einen durchgängigen Rand



## 6.1 Edgebreaker ...

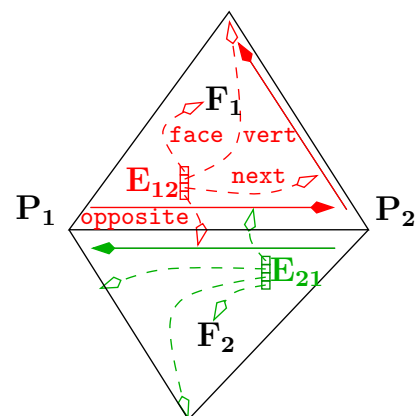


### Half-Edge Datenstruktur

**Ansatz:** Zwei Halbkanten pro Kante

**Daten** für Halbkante  $h$ :

- $h.v$  Verweis auf Eckpunkt (**vert**)
- $h.o$  Verweis auf andere Halbkante (**opposite**)
- $h.f$  Verweis auf zugehöriges Polygon (**face**)
- $h.n$  Verweis auf nächste Halbkante (**next**)



**Spezifisch für Edgebreaker:**  $h.v.m$  Vertex  $h.v$  markiert (boolsch)

**Weitere Operatoren** auf Halbkante  $h$

Startpunkt:  $h.s = h.n.v$     Endpunkt:  $h.e = h.n.n.v$     Vorige Halbk.:  $h.p = h.n.n$   
Vorige Randkante:  $h.P$     Nächste Randkante:  $h.N$     (nur bei Rand-Vertex)



## 6.1 Edgebreaker ...



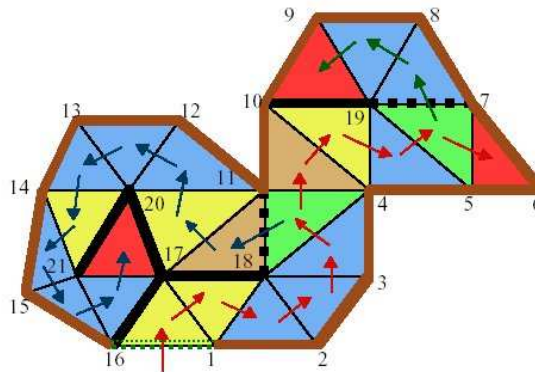
### Algorithmus im Überblick

**Grundsätzlich:** Traversierung des Meshes

- Abarbeitung (Entfernung) der Dreiecke in bestimmter Reihenfolge
- *Active Gate*  $g$ : Übergangskante in aktuelles Dreieck
- *Active Boundary* bezeichnet die aktuellen Randkanten

**Datenstruktur:** ○ Vertexliste: Initial Randvertices; neue Vertices anhängen

- Konnektivität: Speichern des „Weges“ durch das Mesh



## 6.1 Edgebreaker ...



### Encoding: Fallunterscheidungen

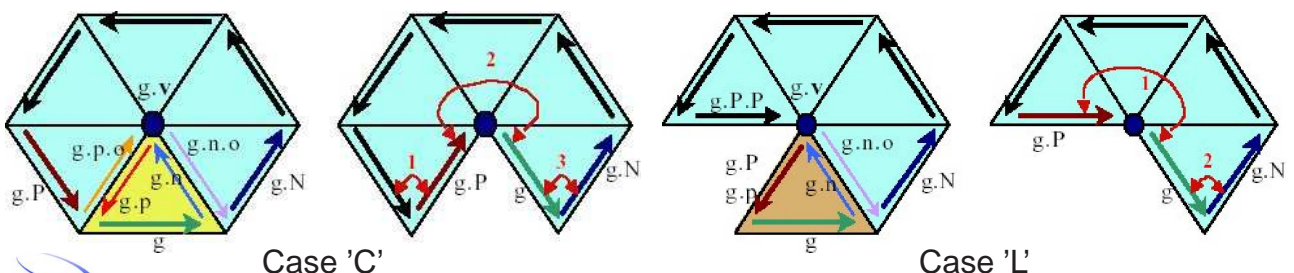
**Ansatz:** „Weg“ durch das Mesh anhand lokaler Situation

**Case 'C':** Vertex  $g.v$  noch nicht besucht, d.h.  $g.v.m = false$

- Speichere  $g.v$  in Vertexliste; speichere 'C' in Historie;  $g.v.m \rightarrow true$
- Active Gate  $g \leftarrow g.n.o$

**Case 'L':** Vertex  $g.v$  vorlaufend zu Gate  $g$  auf Rand:  $g.p = g.P$

- Speichere 'L' in Historie
- Active Gate  $g \leftarrow g.n.o$



## 6.1 Edgebreaker ...



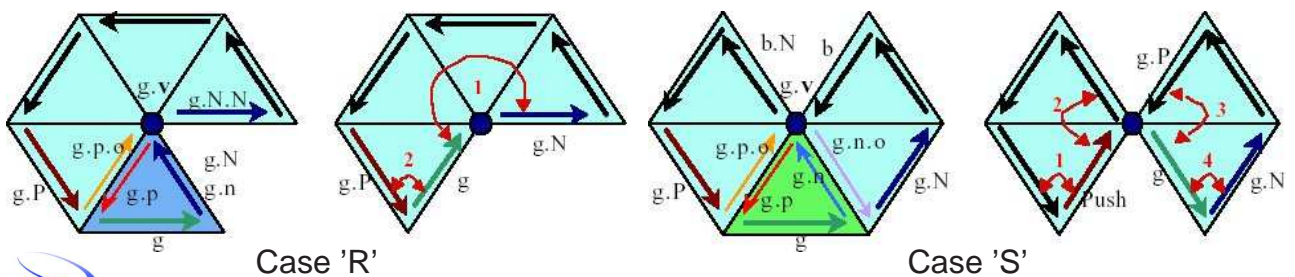
### Encoding: Fallunterscheidungen (Forts.)

**Case 'R':** Vertex  $g.v$  nachlaufend zu Gate  $g$  auf Rand:  $g.n = g.N$

- Speichere 'R' in Historie
- Active Gate  $g \leftarrow g.p.o$

**Case 'S':** Vertex  $g.v$  weder vor- noch nachlaufend zu Gate  $g$  auf Rand

- Speichere 'S' in Historie
- Active Gate  $g \leftarrow g.n.o$
- Push  $g.p.o$  auf Kantenstack



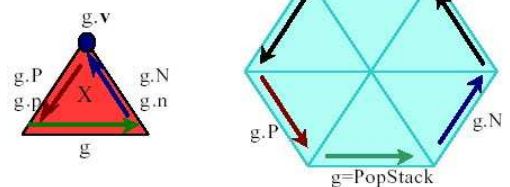
## 6.1 Edgebreaker ...



### Encoding: Fallunterscheidungen (Forts.)

**Case 'E':** Vertex  $g.v$  vor- und nachlaufend zu Gate  $g$  auf Rand:  $g.v = g.P.s = g.N.e$

- Speichere 'E' in Historie
- Pop Kantenstack
- Active Gate: Oberstes Element auf Kantenstack (sonst Ende des Algorithmus)



Case 'E'



## 6.1 Edgebreaker ...



### Algorithmus: Encoding

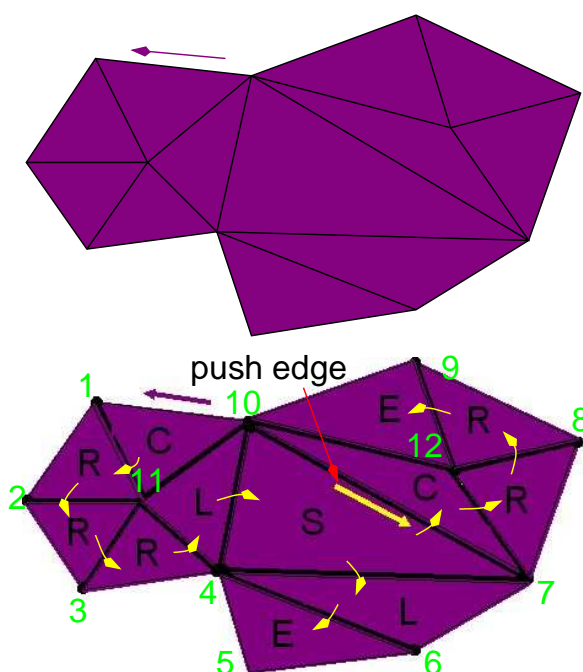
```
g = pickInitialEdge();           // on boundary if any
if ( hasBoundary ) vertexList.appendBoundaryVertices(g.p.v)
edgeStack.push(g);
while ( (g = edgeStack.pop()) != NULL ) // still an element
    while ( true ) {             // loop "forever"
        if ( g.v.m == false ) handleCase('C');
        else
            if ( g.p == g.P ) // left is boundary
                if ( g.n == g.N ) {
                    handleCase('E');
                    break;
                }
            else handleCase('L');
        else
            if ( g.n == g.N ) handleCase('R');
            else handleCase('S');
```



## 6.1 Edgebreaker ...



### Beispiel:



1. Initiales Gate auf Boundary
2. Boundary Vertices an Vertex-Liste anhängen
3. Codierung (Fall 'C':  $g.v$  an Vertex-Liste anhängen)
4. einmaliges `edgeStack.push` im Fall 'S'
5. Ergebnis:  
CLERS-String: CRRRLSLECR-RE



## 6.1 Edgebreaker ...



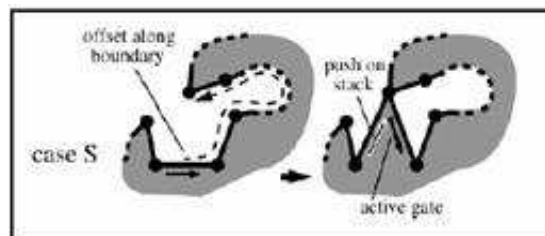
### Kodierung & Dekodierung

**Kodierung der Konnektivität:** Jedes Dreieck durch C,L,E,R oder S kodiert

- Naiv: 5 Zeichen → 3 bit pro Dreieck
- Besser: Neuer Vertex  $\Leftrightarrow$  'C'  $\Rightarrow$  50% Wahrscheinlichkeit für 'C'  
'C' 1 bit, 'L','E','R','S' jeweils 3 bits  $\Rightarrow$  im Mittel 2 bit/Dreieck

**Dekodierung:** Umwandlung der Vertexliste & CLERS-String in indiziertes Dreiecksnetz

**Problem:** Bei der 'S' Operation ist der dritte Vertex in der Vertexliste versetzt und muß erst aufwendig ermittelt werden



Case 'S': Offset-Problem



## 6.1 Edgebreaker ...



### Wrap & Zip

**Eingabedaten:** Vertexliste und CLERS-String

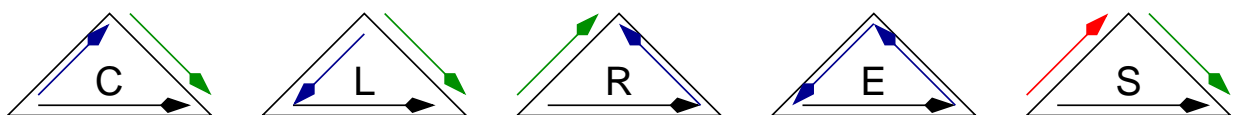
**Wrapping:** ○ Jedes CLERS-Symbol erzeugt ein Dreieck

- Fälle 'C','L','E' und 'R' kennen alle beteiligten Punkte
- für Fall 'S' muß dritter Eckpunkt ausfindig gemacht werden

**Idee:** ○ Erzeuge im Fall 'S' zunächst nur die Topologie („freie Punkte“)

- Rekonstruiere 'S'-Vertex wenn Topologie (lokal) vollständig ist
- **Freie Kanten** zeigen an, wie doppelte Kanten zusammengefasst werden

**Gerichtete, freie Kanten:** Kanten, die bei Dekodierung nicht active gate sind



Active Gate (schwarz), nächstes Active Gate (grün) und freie Kante (blau)

Bei 'S' wird die rote Kante auf einen Stack gelegt



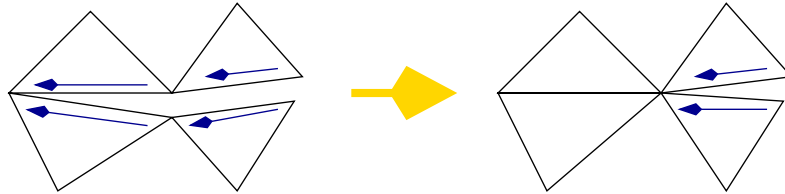
# 6.1 Edgebreaker ...



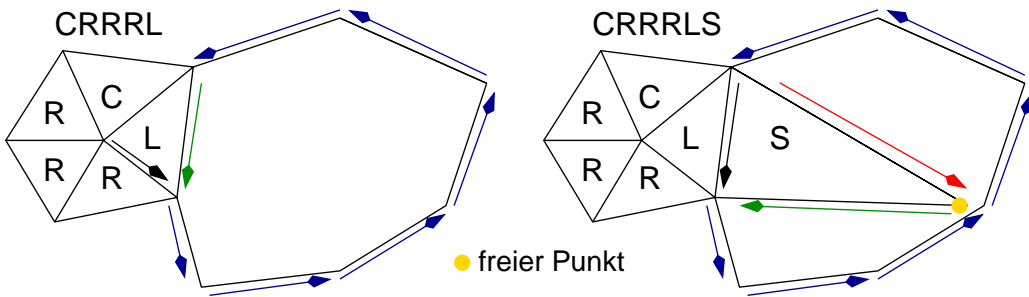
## Wrap & Zip (Forts.)

Randkanten erhalten frei Kanten im Gegenuhrzeigersinn

**Zipping:** Zusammenführung zweier Kanten in einem Punkt mit Zipping-Richtung auf diesen Punkt (nur nach 'L' und 'E')



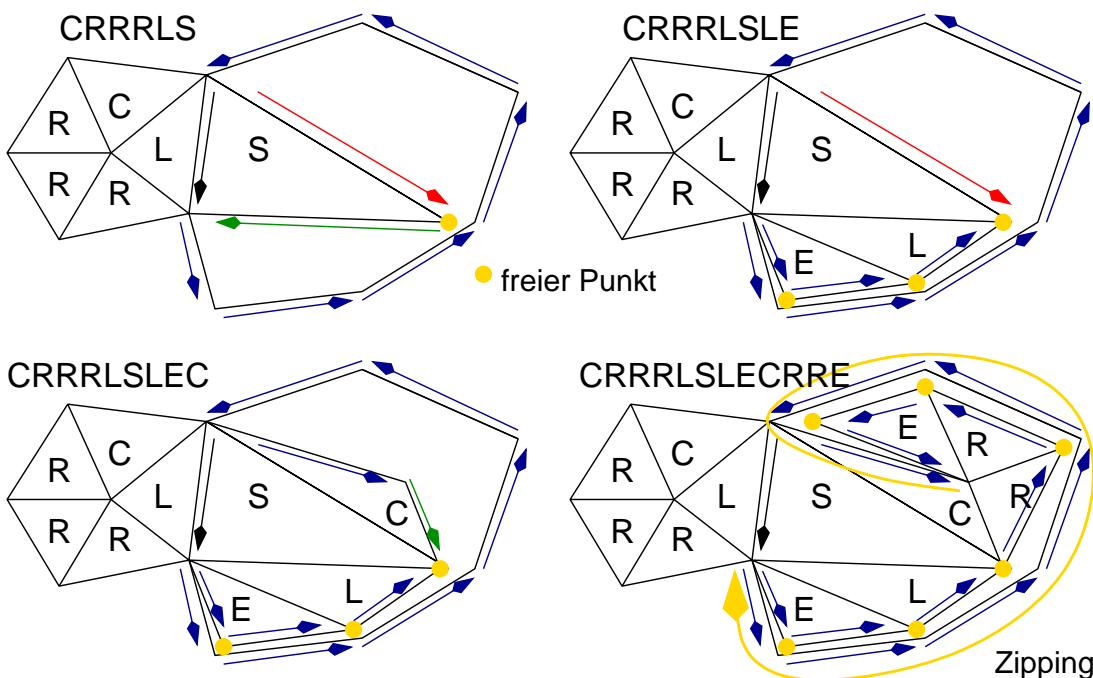
## Beispiel: Wrap & Zip



# 6.1 Edgebreaker ...



## Beispiel: Wrap & Zip (Forts.)





## 6.2 Progressive Meshes (PM)

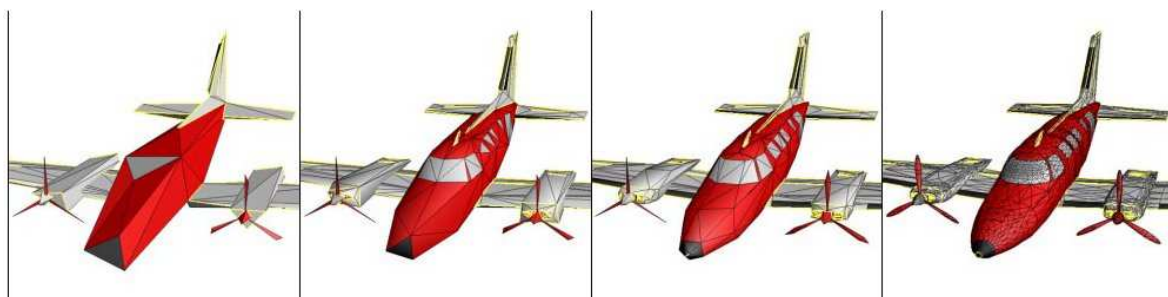


### Motivation: Progressive Meshes

#### Edgebreaker Algorithmus:

- + Kompression für Dreiecksnetze
- + Streamingfähiges Format
- kein progressives Format, d.h. Übertragung der Daten bzgl. der feinsten Auflösung und damit kein LOD

**Progressive Meshes:** Progressiv, streamingfähig, keine Kompression



Grobe Auflösung  $\mathcal{M}^{75}$  (links) und weitere Verfeinerungen  $\mathcal{M}^{175}$ ,  $\mathcal{M}^{425}$ ,  $\mathcal{M}^{6500}$



## 6.2 Progressive Meshes (PM) ...



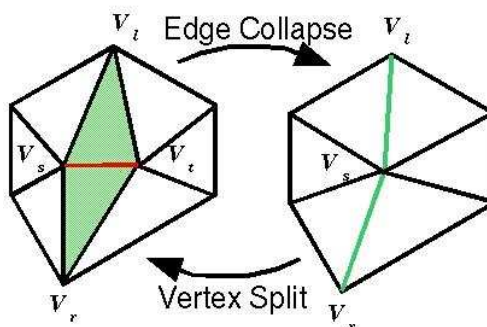
### Idee: PM-Ansatzes

**Ausgangslage:** Hochaufgelöstes Polygonmodell  $\mathcal{M}^n$  mit  $n$  Vertices

**Reduktion:** Sukzessives Entfernen von Vertices durch *Edge-Collapse*

Es entstehen Modelle  $\mathcal{M}^k$ ,  $k = n - 1, n - 2, \dots, m$

**Verfeinerung:** Umkehrung des Edge-Collapse (*vertex-split*), d.h.  $\mathcal{M}^{k+1}$  aus  $\mathcal{M}^k$  restaurierbar.





## 6.2 Progressive Meshes (PM) ...



### PM-Datenstruktur

Struktur zur Speicherung eines PM besteht aus:

1. einfache Struktur zur Speicherung von  $\mathcal{M}^m$
2. Differenzdaten  $D_k$  für den  $k$ -ten Split  $k = m, \dots, n - 1$ :

$i^k$	Index des zu splittenden Punktes
$i_l^k, i_r^k$	Indizes der angrenzenden Punkte
$V_s^k, V_t^k$	Koordinaten des gesplitteten Punktes

Damit entsteht eine Sequenz:

$$\mathcal{M}^m \xrightarrow{D_m} \mathcal{M}^{m+1} \xrightarrow{D_{m+1}} \mathcal{M}^{m+2} \dots \mathcal{M}^{n-1} \xrightarrow{D_{n-1}} \mathcal{M}^n$$

Erzeugung erfolgt durch  $n - m$  Edge-Collapse Operationen aus  $\mathcal{M}^n$



## 6.2 Progressive Meshes (PM) ...



### Algorithmus zur Mesh-Reduktion

**Kostenfunktion** bewertet die Verformung aufgrund von Edge-Collapse

**Input:** Fein aufgelöstes Dreiecksmodell

**Algorithmus:** Erzeugung der PM-Datenstruktur

1. Ermittlung der Kostenfunktion  $E(\mathcal{M}_e^n), \forall e \in \mathcal{M}^n$
2. Sortierung der  $E(\mathcal{M}_e^n)$  in einer Priority-Queue  $Q^n$
3. Mesh-Reduktion:
  - 3.1. Edge-Collapse für die erste Kante  $e^*$  in  $Q^k$
  - 3.2. Neue Kosten: In Nachbarschaft von  $e^*$  neu berechnen, sonst

$$E(\mathcal{M}_e^{k-1}) = E(\mathcal{M}_e^k)$$

- 3.3.  $Q^{k-1}$  = Neusortierung von  $Q^k$





**Ziel:** Kostenfunktion anhand des Abstandsfehler von  $V$

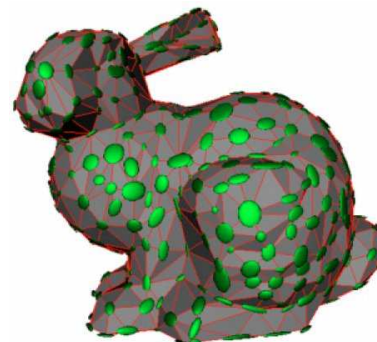
**Initial:** Vertex  $V$  ist Schnittpunkt der umliegenden Dreiecksebenen, wenn

$$E_i : a_i \cdot x + b_i \cdot y + c_i \cdot z + d_i = 0$$

$$\Leftrightarrow [a_i, b_i, c_i, d_i] \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

Alle umliegenden Ebenen mit  $\vec{p}_i = [a_i, b_i, c_i, d_i]$

$$E(V) = \sum_i (\vec{p}_i \cdot V)^2 = 0$$



Visualisierung von  
Vertexpositionen mit  
konstanten Kosten

**Kostenfunktion  $Q$**  ist eine quadratische Funktion,  
d.h.

$$E(V) = V^T Q V$$



## 6.2.1 Quadric Error Metrics (Garland & Heckbert '97) ...



### Herleitung der Kostenfunktionsmatrix $Q$

Umformulierung des quadratischen Ebenenabstands

$$E(V) = \sum_i (\vec{p}_i \cdot V) \cdot (\vec{p}_i \cdot V)$$

$$(V \cdot \vec{p}_i) \cdot (\vec{p}_i \cdot V) = (V^T \cdot \vec{p}_i) \cdot (\vec{p}_i^T \cdot V) = V^T \underbrace{(\vec{p}_i \cdot \vec{p}_i^T)}_{=Q_i} V$$

mit

$$Q_i = \vec{p}_i \cdot \vec{p}_i^T = \begin{bmatrix} a_i^2 & a_i b_i & a_i c_i & a_i d_i \\ b_i a_i & b_i^2 & b_i c_i & b_i d_i \\ c_i a_i & c_i b_i & c_i^2 & c_i d_i \\ d_i a_i & d_i b_i & d_i c_i & d_i^2 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad E(V) = \vec{V}^T \left( \sum_i Q_i \right) V$$

Beachte:  $Q_i$  ist symmetrisch bzgl. Diagonale, damit auch  $\sum_i Q_i$ .





### Kosten eines Edge-Collapse

**Gegeben:** Kante  $e$  zwischen  $V_s, V_t$  mit Kostenmatrizen  $Q_s, Q_t$

**Gesucht:** Position des gemergten Punktes  $V_s^*$  und zugehörige Kosten  $E(\mathcal{M}_e^k)$

**Vertex-Position:** Kostenfunktion für gemergten Vertex

$$Q_s^* = Q_s + Q_t \Rightarrow E(V_s^*) = (V_s^*)^T (Q_s + Q_t) V_s^*$$

- positioniere  $V_s^*$ , so dass  $E(V_s^*)$  minimal: Mit  $Q_s^* = (q_{ij}^*)_{i,j=1,\dots,4}$ ,  $q_{ij}^* = q_{ji}^*$

$$\frac{\partial E(V_s^*)}{\partial V_s^*} = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} q_{11}^* & q_{12}^* & q_{13}^* & q_{14}^* \\ q_{12}^* & q_{22}^* & q_{23}^* & q_{24}^* \\ q_{13}^* & q_{23}^* & q_{33}^* & q_{34}^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} V_s^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Kostenfunktion:  $E(\mathcal{M}_e^k) = E(V_s^*)$  für optimale Position

**Beachte:** Addition der Kostenmatrizen bewertet angrenzende Dreiecke doppelt

**Bewertung:** Das Verfahren ist sehr schnell, aber tendenziell ungenau



## 6.2.2 Kostenfunktion nach Campagna et al. '98



### Kostenfunktion

**Ansatz:** Durch Edge-Collapse soll möglichst wenig verändert werden  $\implies$   
Bewertung durch eine Kostenfunktion

**Quantitative Größen:** Entferne eine Kante  $e$  „auf Probe“  $\implies \mathcal{M}_e^k$

**Abstand**  $E_{dist}(\mathcal{M}_e^k)$ : Räumlicher Abstand zwischen  $\mathcal{M}^k$  und  $\mathcal{M}_e^k$

**Farbe**  $E_{col}(\mathcal{M}_e^k)$ : Farbabstand korrespondierender Punkte

**Normalen**  $E_{norm}(\mathcal{M}_e^k)$ : Normalenabweichung korrespondierender Punkte

**Diskontinuitäten**  $E_{disc}(\mathcal{M}_e^k)$ : Veränderungen entlang scharfer Kanten

Gesamtfunktion:

$$E(\mathcal{M}_e^k) = E_{dist}(\mathcal{M}_e^k) + \alpha_{col} E_{col}(\mathcal{M}_e^k) + \alpha_{normal} E_{norm}(\mathcal{M}_e^k) + \alpha_{disc} E_{disc}(\mathcal{M}_e^k)$$

**Beachte:** Bestimme Koordinaten des gemergten Punktes, so dass  $E(\mathcal{M}_e^k)$  minimal wird.





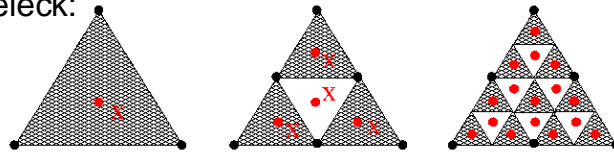
### Kostenermittlung: Distanz

**Sample-Punkte  $X_i$ :** Schwerpunkte einer regelmässigen Dreiecksunterteilung

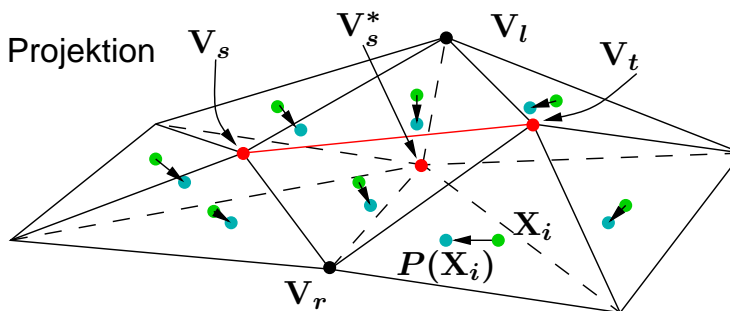
**Abstandsbestimmung:** Lokal Projektionen  $P(X_i)$  auf  $\mathcal{M}_e^k$

**Abstandskosten** für  $X_i$  und  $P(X_i)$ :  $E_{dist}(\mathcal{M}_e^k) = \sum_i \|X_i - P(X_i)\|^2$

Sample-Points pro Dreieck:



Ermittlung der Projektion und von  $V_s^*$ :



### Kostenermittlung: Distanz (Forts.)

**Exakte Berechnung:** Gleichzeitige Berechnung von  $P(X_i)$  und des gemergten Punktes  $V_s^*$  ist nicht-linear und schwierig!

**Linearisierung** der Berechnung von  $V_s^*$ : Sequentielle Arbeitsweise:

1. ermittle Projektionen für fixes  $V_s^*$
2. variiere  $V_s^*$  für fixe Projektionen  $P(X_i) \in \Delta(V_s^*, V_i^1, V_i^2)$ :

$$P(X_i) = a_i^s V_s^* + a_i^1 V_i^1 + a_i^2 V_i^2, \quad a_i^s + a_i^1 + a_i^2 = 1$$

**Variation** von  $V_s^*$ :  $E_{dist}$  ist quadratisch in  $V_s^*$ , denn:

$$\sum_i \left\| \underbrace{X_i - (a_i^1 V_i^1 + a_i^2 V_i^2)}_{=Y_i} - a_i^s V_s^* \right\|^2 = \sum_i \|Y_i\|^2 - 2a_i^s (Y_i \cdot V_s^*) + a_i^s \|V_s^*\|^2$$

⇒ Optimumssuche ergibt lineares Gleichungssystem





### Kostenermittlung: Andere Anteile

Nach Ermittlung von  $V_s^*$ ,  $P(X_i)$  werden andere Kostenanteile berechnet:

#### Farbe $E_{col}(\mathcal{M}_e^k)$ :

1.  $X_i, P(X_i)$  erhalten Farben via linearer Interpolation aus Farben der Ecken
2. Farbe von  $V_s^*$ : Projektion auf  $\mathcal{M}^k$  & lineare Interpolation
3. Kosten für Farben  $C_1, C_2$  im HSV-Modell:

$$E_{col}(C_1, C_2) = |h_1 - h_2| + |s_1 - s_2| + 2 \cdot |v_1 - v_2|$$

#### Normalen $E_{norm}(\mathcal{M}_e^k)$ :

1. Normalen bei  $X_i, P(X_i)$  durch lineare Interpolation
2. Normale von  $V_s^*$ : Projektion auf  $\mathcal{M}^k$  & lineare Interpolation
3. Kosten für Normalen  $\hat{n}_1, \hat{n}_2$ :

$$E_{normal}(\hat{n}_1, \hat{n}_2) = 1 - (\hat{n}_1 \cdot \hat{n}_2)$$



### Kostenermittlung: Andere Anteile (Forts.)

#### Diskontinuitäten $E_{disc}(\mathcal{M}_e^k)$ :

1. Flag für Ecken auf Kanten
2. ist  $V_s$  oder  $V_t$  eine Kanten-Ecke, so wird  $V_s^*$  ebenso Kanten-Ecke und Abstand zwischen Kantenecken wird gemessen

