Übung zu Computergraphik II

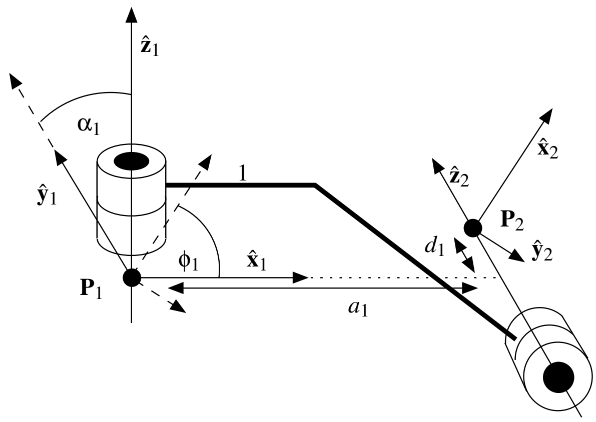
– Übungsblatt 12 –

Lehrstuhl für Computergraphik und Multimediasysteme

Peter Marchel, Julian Bader

Aufgabe 1 [1 Punkt] Denavit-Hardenberg

Gegeben sei das abgebildete drei-dimensionale Modell mit den Werten $a_1 = 4, \quad \alpha_1 = -\frac{\pi}{2}, \quad d_1 = 1,$ $\phi_1 = -\frac{\pi}{3}$.



1. Bestimmen Sie eine Transformationsmatrix, die Punkte im Koordinatensystem $\{P_2, \hat{\mathbf{x}}_2, \hat{\mathbf{y}}_2, \hat{\mathbf{z}}_2\}$ auf Punkte bezüglich der Basis $\hat{\mathbf{x}}_1 = (1,0,0)^T, \hat{\mathbf{y}}_1 = (0,1,0)^T, \hat{\mathbf{z}}_1 = (0,0,1)^T$ abbildet.
   Hinweis: Berechnen Sie hierzu folgende Matrizen:
   $R((1,0,0)^T, \alpha_1)$: Bilde $\hat{\mathbf{z}}_1$ auf $\hat{\mathbf{z}}_2$ ab
   $T(a_1, 0, d_1)$: Verschiebe $\mathbf{P}_1$ nach $\mathbf{P}_2$
   $R((0,0,1)^T, \phi_1)$: Bilde $\hat{\mathbf{x}}_1$ auf $\hat{\mathbf{x}}_2$ ab.
2. Bestimmen Sie die Einheitsvektoren $\hat{\mathbf{x}}_2$, $\hat{\mathbf{y}}_2$, $\hat{\mathbf{z}}_2$ mit Hilfe der zuvor berechneten Matrix.
   Hinweis: Prüfen Sie das Ergebnis anhand der Skizze.

Aufgabe 2 [1 Punkt] Kollisionserkennung

Zur Kollisionserkennung kommen Bounding Boxes zum Einsatz. Bounding Boxes können relativ zum Weltkoordinaten - System (Axis Aligned Box (AAB)) oder mit Bezug zum Objekt (Object Aligned Box (OAB)) beschrieben werden.
Grundsätzlich kann eine Durchdringung zweier konvexer Objekte ausgeschlossen werden, wenn es eine separierende Ebene zwischen ihnen gibt. Existiert eine separierende Ebene zwischen den Bounding Boxes der Objekte gilt dies gleichsam für die Objekte selbst.

Gegeben seien zwei Objekte in Form von Quadern ($\mathbf{Q}^1$ und $\mathbf{Q}^2$) mit den Zentren

$$\mathbf{C}^1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}^2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Beide Quader erstrecken sich entlang ihrer orthonormalen Vektoren über eine Länge von 1:

$$\hat{\mathbf{e}}_1^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{e}}_2^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{e}}_3^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ mit } \quad \mathbf{r}_1^1 = \mathbf{r}_2^1 = \mathbf{r}_3^1 = 1$$

$$\hat{\mathbf{e}}_1^2 = \begin{pmatrix} 1/4 \\ -\sqrt{3}/4 \\ -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{e}}_2^2 = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{e}}_3^2 = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/4 \\ -3/4 \\ 1/2 \end{pmatrix}, \text{ mit } \quad \mathbf{r}_1^2 = \mathbf{r}_2^2 = \mathbf{r}_3^2 = 1$$

1. Bestimmen Sie die Axis Aligned Box für $\mathbf{Q}^1$ und $\mathbf{Q}^2$.
2. Prüfen Sie beide Objekte auf Durchdringung bzw. Kollision auf Basis der AABs.
3. Nutzen Sie die OABs der gegebenen Quader zur Kollisionsprüfung. Stellen Sie fest, ob sich eine separierende Ebene zwischen $\mathbf{Q}^1$ und $\mathbf{Q}^2$ finden lässt, indem Sie die Normalen der Seitenflächen von $\mathbf{Q}^2$ untersuchen.

Aufgabe 3 [1 Punkt] Kollisionsbehandlung

Eine Kugel mit Radius $r = 1$ bewege sich mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ auf die Ebene

$$E: \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

zu. Der Mittelpunkt der Kugel habe zum Zeitpunkt $t = 0$ die Position $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

1. Stellen Sie die Bewegungsgleichung $\mathbf{x}(t)$ des Kugelmittelpunktes vor dem Zeitpunkt der Kollision auf.
2. Stellen Sie E in Normalenform dar.
3. Berechnen Sie den Zeitpunkt t_c der Kollision und den Ort des Mittelpunktes zu diesem Zeitpunkt.
4. Zerlegen Sie die Anfangsgeschwindigkeit $\mathbf{v}$ der Kugel in einen Anteil parallel und senkrecht zur Flächennormale.

5. Die Kugel soll elastisch an der festen Ebene abprallen. Geben Sie die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_2$ nach dem Stoß und die Bewegungsgleichung für $t > t_c$ an.

Abgabe: 15.01.2013, zu Beginn der Übung oder bis 8:30 Uhr im Postkasten des Lehrstuhls (gegenüber Raum H-A 7107)