

Übung zu Computergraphik II

– Übungsblatt 13 –

Lehrstuhl für Computergraphik
und Multimediasysteme

Peter Marchel, Julian Bader

Aufgabe 1 [1 Punkt] Abstand zweier Geraden

Gegeben seien zwei Geraden im 3-dimensionalen Raum:

$$L_1 : \mathbf{L}_1(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad L_2 : \mathbf{L}_2(\alpha_2) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}$$

1. Abstandsberechnung

- Welche Voraussetzung muss erfüllt sein, damit ein **eindeutiges** Punktepaar $\mathbf{L}_1(\alpha_1^p), \mathbf{L}_2(\alpha_2^p)$ minimalen Abstands existiert?
- Berechnen Sie den Abstand zwischen den zwei Geraden. Bestimmen Sie hierzu zwei Punkte $\mathbf{L}_1(\alpha_1^p), \mathbf{L}_2(\alpha_2^p)$ mit minimalem Abstand zueinander.
Hinweis: Nutzen Sie die Tatsache, dass der minimale Abstandsvektor orthogonal zu den beiden Geraden ist.

- Verifizieren Sie das in Teilaufgabe 1 berechnete Punktepaar $\mathbf{L}_1(\alpha_1^p), \mathbf{L}_2(\alpha_2^p)$ mit Hilfe der quadratischen Abstandsfunktion

$$Q(\alpha_1, \alpha_2) = \|\mathbf{L}_1(\alpha_1) - \mathbf{L}_2(\alpha_2)\|^2, \quad \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}.$$

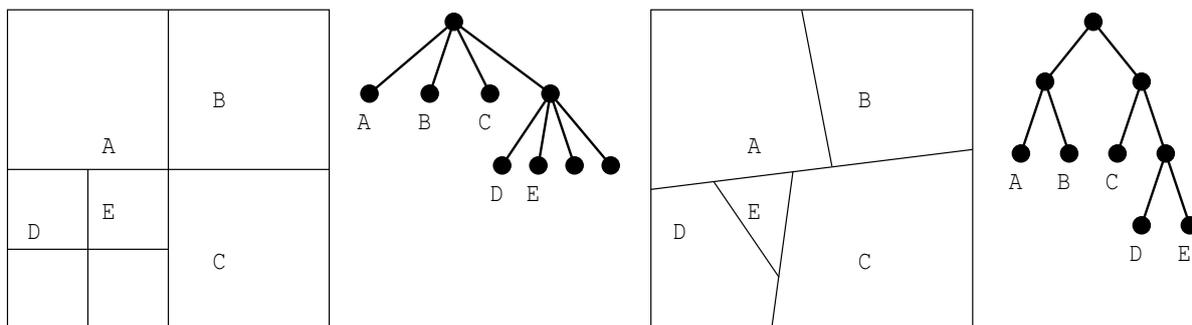
Hinweis: Setzen Sie hierzu die gegebenen Geradengleichungen in die Formel ein, und bestimmen Sie den Gradienten

$$\nabla[Q](\alpha_1, \alpha_2) = \begin{pmatrix} \frac{\partial Q}{\partial \alpha_1}(\alpha_1, \alpha_2) \\ \frac{\partial Q}{\partial \alpha_2}(\alpha_1, \alpha_2) \end{pmatrix}.$$

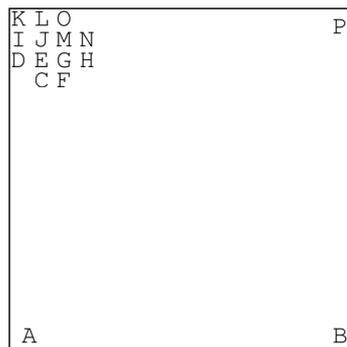
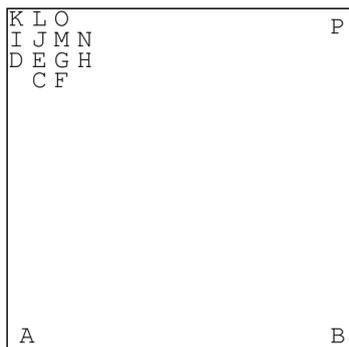
Bestimmen Sie dann mit Hilfe des Gradienten das globale Minimum von Q .

Aufgabe 2 [1 Punkt] Quadtree vs. BSP Tree

Auf Basis eines gegebenen Raumes mit denen in ihm positionierten Objekten (**A - P**) soll sowohl ein Quadtree als auch ein BSP-Tree schematisch erstellt werden. Bei der Erstellung des BSP-Trees sollen die Unterteilungen möglichst in der Art erfolgen, daß sich der zu unterteilende Raum in zwei Unterräume mit gleicher Anzahl Objekte teilt. Die Unterteilung soll solange fortgeführt werden, bis nur noch ein Objekt pro Segment vorhanden ist. Beispiel:



1. Zeichnen Sie die Quadtree- sowie die BSP-Unterteilung ein, und geben Sie die dazugehörigen Bäume für folgende Objekte an:



2. Bewerten Sie Ihr Ergebnis: Was läßt sich über die Komplexität zur Auffindung eines Objektes innerhalb eines Trees sagen? Hinweis: Betrachten Sie dazu mögliche Extremsituationen die Verteilung der Objekte im Raum betreffend!

Abgabe: 22.01.2013, zu Beginn der Übung oder bis 8:30 Uhr im Postkasten des Lehrstuhls (gegenüber Raum H-A 7107)