Übung zu Computergraphik II

– Übungsblatt 11 –

Lehrstuhl für Computergraphik
und Multimediasysteme
Peter Marchel, Julian Bader, Hendrik Hochstetter

Aufgabe 1 [1 Punkt] Quaternionen

Gegeben seien zwei Orientierungen in Euler-Winkel-Repräsentation:

$$\vec{\phi}_1 = (\pi, 0, \pi), \quad \vec{\phi}_2 = (\pi, \frac{3\pi}{2}, \pi)$$

Gegeben seien außerdem zwei Quaternionen $\underline{\mathbf{q}}_1 = (0,(0,-1,0))$ und $\underline{\mathbf{q}}_2 = (-\frac{1}{\sqrt{2}},(0,\frac{1}{\sqrt{2}},0))$, wobei $\underline{\mathbf{q}}_1$ die Orientierung ϕ_1 beschreibt und $\underline{\mathbf{q}}_2$ die Orientierung ϕ_2 beschreibt.
Sei $\vec{\phi}_1$ dem Zeitpunkt $t_1 = 0$ und $\vec{\phi}_2$ dem Zeitpunkt $t_2 = 1$ zugeordnet.

1. Welches Problem besteht bei der linearen Interpolation von Quaternionen? Begründen Sie Ihre Aussage anhand einer Skizze.
2. Bestimmen Sie nun mit Hilfe einer *sphärischen Interpolation* (slerp) das Quaternion $\underline{\mathbf{q}}_{\text{slerp}}$ für $t = \frac{1}{3}$. Verwenden Sie hierfür die im Anhang gegebene Formel.
3. Prüfen Sie, ob dass das Quaternion $\vec{\mathbf{q}}_{\text{slerp}}$ der interpolierten Orientierung $\vec{\phi}_t = (\pi, \frac{\pi}{2}, \pi)$ entspricht.
4. Die Orientierung $\vec{\phi}_t = (\pi, \frac{\pi}{2}, \pi)$ ist ein Beispiel für eine sogenannte *Gimbal-Lock*-Situation. Was ist die Eigenschaft einer solchen Orientierung?

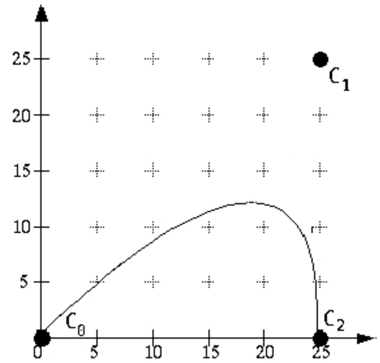
Aufgabe 2 [1 Punkt] Kamerakoordinatensystem und up-Vektor

Eine Kamera bewege sich auf der Spiralbahn $\mathbf{C}(t) = \begin{pmatrix} cos(\omega t) \\ vt \\ sin(\omega t) \end{pmatrix}$, wobei v die vertikale Geschwindigkeit und ω die Winkelgeschwindigkeit (radians pro Sekunde) beschreibt. Die Kameraachse soll stets entlang der Tangentenrichtung ausgerichtet sein.

1. Berechnen Sie den up-Vektor. Gehen Sie hierbei davon aus, dass der up-Vektor sowohl für positive als auch negative Drehrichtung gleichbleibt.
2. Wie verhält sich das Vorzeichen seiner y-Komponente?
3. Welchen Wert nimmt der up-Vektor für $v = 0$ an?

Aufgabe 3 [1 Punkt] Spline-basierte Animation

Gegeben sei die in der Abbildung dargestellte Bézier-Kurve $\mathbf{C}(u)$ mit den Kontrollpunkten $\mathbf{C}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{C}_1 = \begin{pmatrix} 25 \\ 25 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{C}_2 = \begin{pmatrix} 25 \\ 0 \end{pmatrix}$.



Gegeben seien außerdem folgende Kurvenpunkte für $u_1 = 0.2,\ u_2 = 0.4,\ u_3 = 0.6,\ u_4 = 0.8$:

$$\mathbf{C}(u_1) = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix},\ \mathbf{C}(u_2) = \begin{pmatrix} 16 \\ 12 \end{pmatrix},\ \mathbf{C}(u_3) = \begin{pmatrix} 21 \\ 12 \end{pmatrix},\ \mathbf{C}(u_4) = \begin{pmatrix} 24 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Im folgenden sollen zwei Lookup-Tabellen mit Pfadlängen ergänzt werden:

u_i	*Bogen*
$u_0 = 0$	$l_0 = 0$
$u_1 = 0{,}2$	$l_1 =$
$u_2 = 0{,}4$	$l_2 =$
$u_3 = 0{,}6$	$l_3 =$
$u_4 = 0{,}8$	$l_4 =$
$u_5 = 1{,}0$	$l_5 =$

Bogen	u_i^*
$l_0^* = 0$	$u_0^* = 0$
$l_1^* =$	$u_1^* =$
$l_2^* =$	$u_2^* =$
$l_3^* =$	$u_3^* =$
$l_4^* =$	$u_4^* =$
$l_5^* =$	$u_5^* =$

1. Berechnen Sie zu den Parametern $u_0, \ldots, u_5$ jeweils eine Annäherung der Bogenlänge l_i zwischen $\mathbf{C}(u_0)$ und $\mathbf{C}(u_i)$. Tragen Sie die entsprechenden Werte in die Tabelle ein.
2. Teilen Sie die Gesamtkurvenlänge in fünf äquidistante Abschnitte auf, und tragen Sie die fünf Zwischenwerte $l_1^*, \ldots, l_5^*$ in die Tabelle ein.
3. Gesucht sind nun zu den Bogenlängen $l_1^*, \ldots, l_5^*$ die entsprechenden Parameter $u_1^*, \ldots, u_5^*$, um Kurvenpunkte in äquidistanten Abständen zu erhalten.
   Hinweis: Führen Sie für jede Bogenlänge eine Suche in der linken Tabelle durch. Falls der gesuchte Wert zwischen zwei Tabelleneinträgen liegt, dann berechnen Sie einen neuen Parameter durch lineare Interpolation der Bogenlängen.

Abgabe: 13.01.2014, zu Beginn der Vorlesung oder bis 10:00 Uhr im Postkasten des Lehrstuhls (gegenüber Raum H-A 7107)