Direkte Volumenvisualisierung

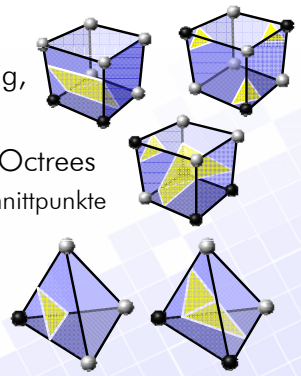
Andreas Kolb und Martin Lambers

computergraphik und multimedia systeme
universität siegen

Letzte Stunde

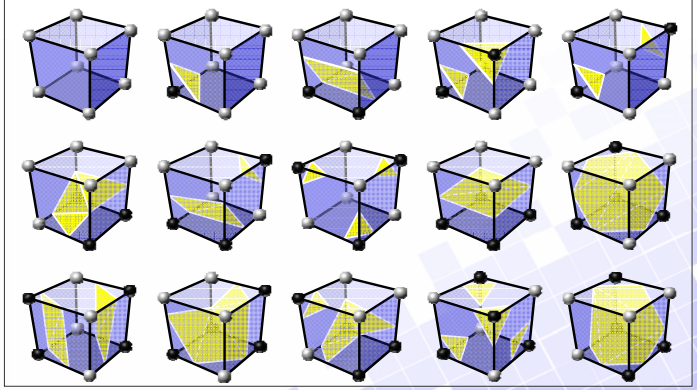
Indirekte Volumenvisualisierung

- *Marching Cubes*
  - Tabellen, Triangulierung,
  - Mehrdeutige Fälle
  - Beschleunigung durch Octrees
    - Hashing-Tabelle für Schnittpunkte
- *Marching Tetrahedra*



Letzte Stunde: Marching Cubes

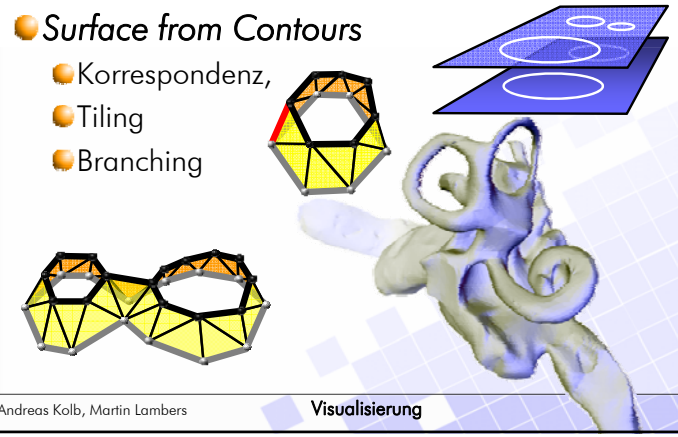
- Triangulierung nach *Lorensen & Cline*



Zusammenfassung

Indirekte Volumenvisualisierung

- *Surface from Contours*
  - Korrespondenz,
  - Tiling
  - Branching



Einführung

5

Visualisierung von 3D Skalarfeldern

- *bisher:* Indirekte Volumenvisualisierung
  - Bestimme eine Oberfläche innerhalb des Skalarfeldes (z.B. Isofläche)
  - Stelle diese Fläche mittels traditionellen (Polygon-basierten) Rendering-Verfahren dar.
- Das Problem dabei:
  - Aufwändige Vorverarbeitung
  - Wie finde ich den richtigen Isowert?
  - Informationsverlust

Heute

6

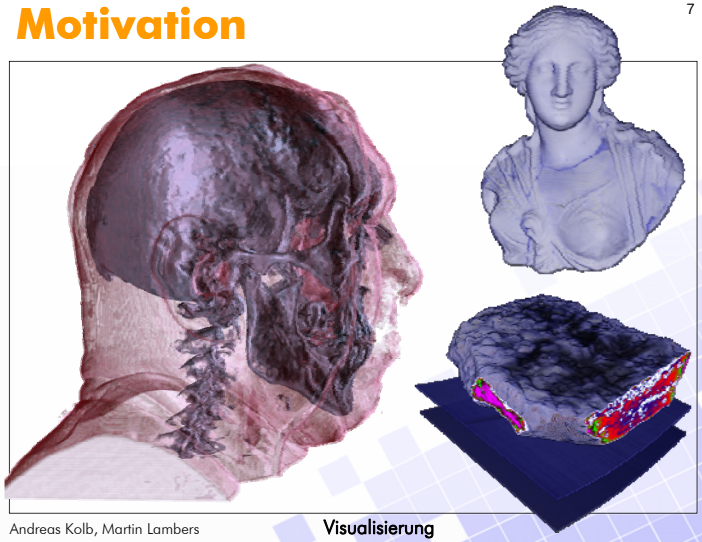
Direkte Volumenvisualisierung

- Interpretiere das Skalarfeld als ein transparentes Medium.
- Betrachte das physikalische Model für die Lichtausbreitung in transparentem Medium. (Emission und Absorption von Licht, keine Streuung)
- Verwende diese physikalischen Gleichungen um Bilder zu erzeugen.

- Vorteil: Nutze die gesamte Information
  - Transparenz und Semitransparenz
  - Unterscheide harte von weichen Übergängen bzw. Verläufen

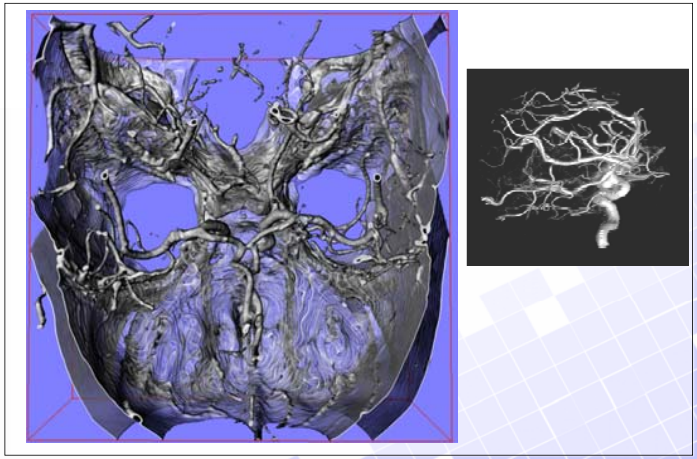
Motivation

7

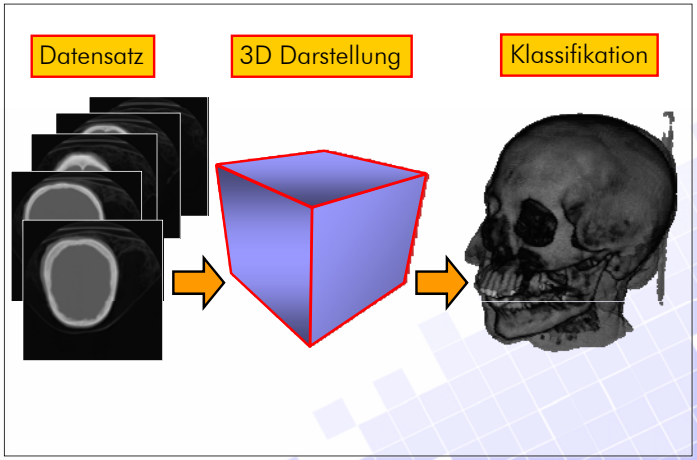


Beispiel CT Angiographie

8



Direkte Volumenvisualisierung



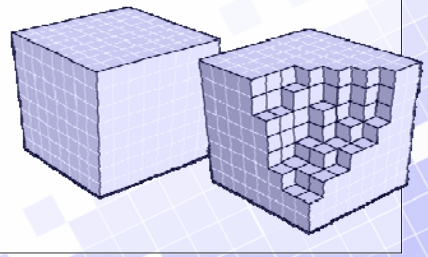
Volumendaten

Input Daten: Kontinuierliches 3D Skalarfeld:

$$s = f(x, y, z); \quad x, y, z \in \mathbb{R}$$

Abgetastet auf einem uniformen Rechtecks-Gitter (Voxel)

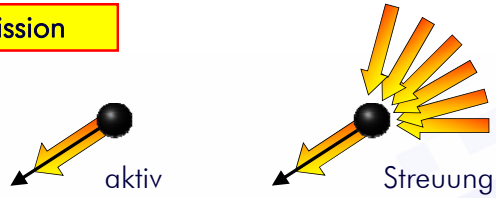
- Bandbegrenzt
- Rekonstruktion mittels trilinearer Interpolation



Physikalisches Modell

Betrachte einen Punkt im Raum und eine bestimmte Richtung:

Emission



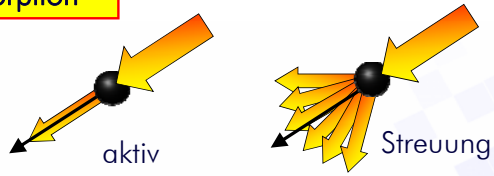
Aktive Emission:
An dem betrachteten Punkt wird Lichtenergie erzeugt und in die Richtung des Beobachters ausgesandt (Lichtquelle).

Emission durch Streuung:
Zuwachs an Lichtenergie in der betrachteten Richtung durch Brechung des Lichts, das aus anderen Richtungen einfällt.

Physikalisches Modell

Betrachte einen Punkt im Raum und eine bestimmte Richtung:

Absorption

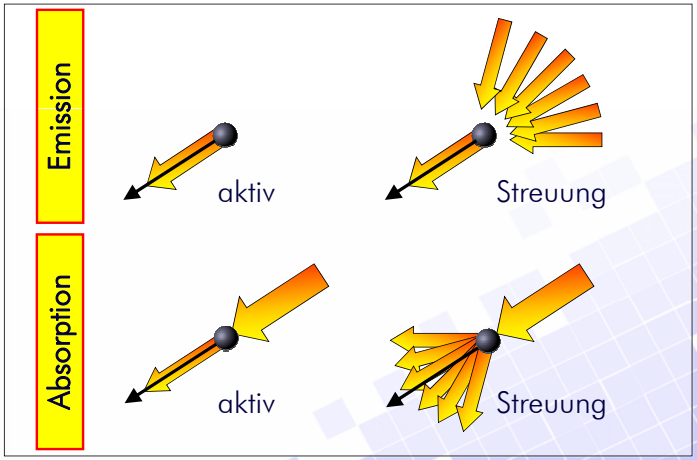


Aktive Absorption:
An dem Punkt wird Licht absorbiert. Lichtenergie wird dem sichtbaren Spektrum entzogen und z.B. in Wärmenergie umgewandelt.

Absorption durch Streuung:
Verringerung der Lichtenergie in der betrachteten Richtung durch Brechung des Lichts in andere Richtungen.

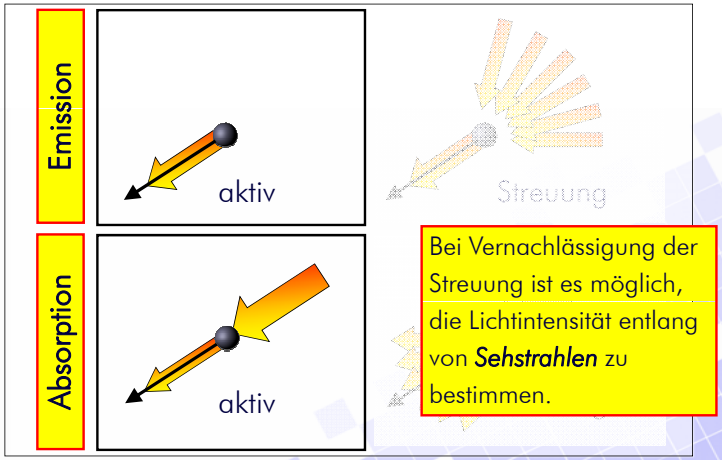
Physikalisches Modell

13



Physikalisches Modell

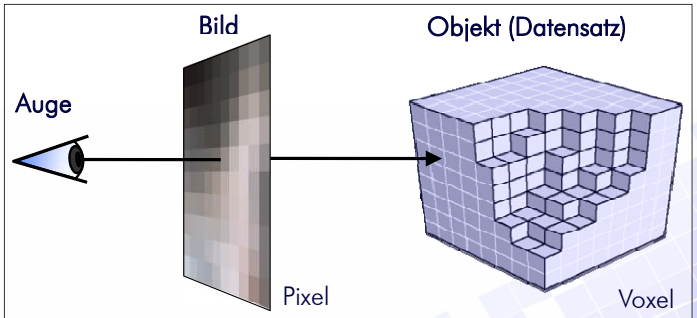
14



Bei Vernachlässigung der Streuung ist es möglich, die Lichtintensität entlang von ***Sehstrahlen*** zu bestimmen.

Algorithmen

15



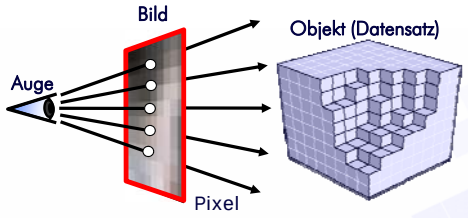
Divide and Conquer: Zerlege das Problem in kleinere Teilprobleme und löse diese.

Wie wird eine solche Zerlegung duchgeführt?

Bildraumverfahren

16

Ansatz: Zerlege das Ergebnisbild in einzelne Pixel



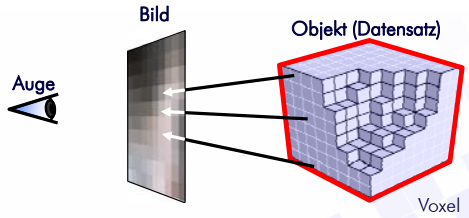
Für jeden Pixel → Bestimme den Beitrag des Volumens zur Farbe dieses Pixels

Objektraumverfahren

17

Alternativer Ansatz:

Zerlege das Objekt in einzelne Voxel

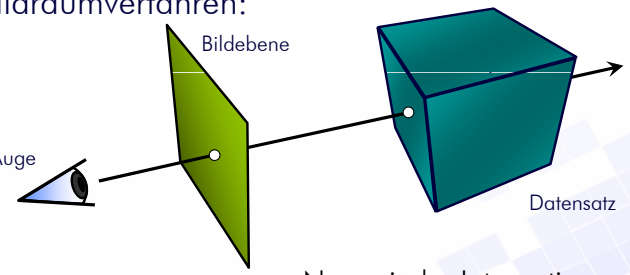


Bestimme den Beitrag des Voxels zum Ergebnisbild ← Für jeden Voxel

Ray Casting

18

Bildraumverfahren:



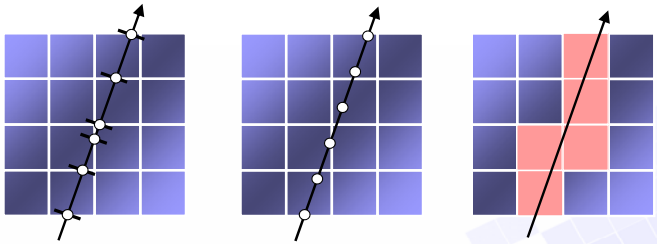
- Numerische Integration
- Neuabtastung
  (Diskretisierung entlang des Sehstrahls)

⇨ Hoher Rechenaufwand

Abtastung (Sampling)

19

Wie wird entlang des Sehstrahls diskretisiert?



Exakte Bestimmung der Schnittpunkte	Äquidistante Neuabtastung mit Interpolation	Rasterisierung z.B. Bresenham
Aufwändig	Einfach	Einfach, aber ungenau

Integration entlang des Strahls

20

Was wird integriert?

physikalisch korrekt: Emission und Absorption

Anfangsintensität (Emission) bei s_0

$$I(s) = I(s_0)$$

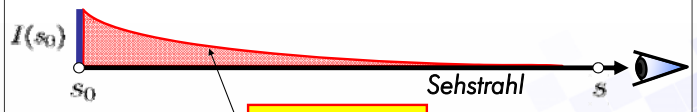
Ohne Absorption würde die Anfangsintensität ohne Verluste am Punkt **s** ankommen.

Integration entlang des Strahls

21

Was wird integriert?

physikalisch korrekt: Emission und Absorption



Absorbtion entlang der Strecke s_0 - s

$$I(s) = I(s_0)\, e^{-\tau(s_0,s)}$$

Integration entlang des Strahls

22

Was wird integriert?

physikalisch korrekt: Emission und Absorption

$$I(s) = I(s_0)\, e^{-\tau(s_0,s)}$$

Optische Tiefe τ
Absorbtion κ

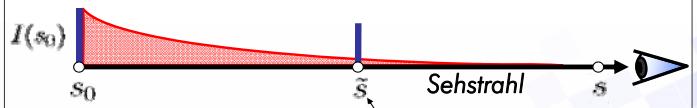
$$\tau(s_1, s_2) = \int_{s_1}^{s_2} \kappa(s)\, ds.$$

Integration entlang des Strahls

23

Was wird integriert?

physikalisch korrekt: Emission und Absorption



An einem Punkt $\tilde{s}$ entlang des Sehstrahls wird zusätzlich Licht emittiert.

Aktive Emission bei $\tilde{s}$

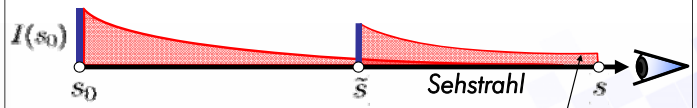
$$I(s) = I(s_0)\, e^{-\tau(s_0,s)} + q(\tilde{s})$$

Integration entlang des Strahls

24

Was wird integriert?

physikalisch korrekt: Emission und Absorption



An einem Punkt $\tilde{s}$ entlang des Sehstrahls wird zusätzlich Licht emittiert.

Absorbtion entlang der Strecke $\tilde{s}$ - s

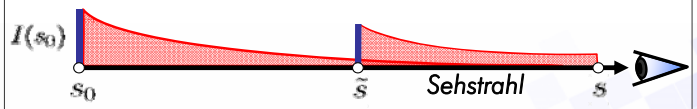
$$I(s) = I(s_0)\, e^{-\tau(s_0,s)} + q(\tilde{s})\, e^{-\tau(\tilde{s},s)}$$

Integration entlang des Strahls

25

Was wird integriert?

physikalisch korrekt: Emission und Absorption



An *jedem* Punkt $\tilde{s}$ entlang des Sehstrahls wird zusätzlich Licht emittiert.

$$I(s) = I(s_0)\, e^{-\tau(s_0,s)} + \int_{s_0}^{s} q(\tilde{s})\, e^{-\tau(\tilde{s},s)}\, d\tilde{s}$$

Transferfunktion

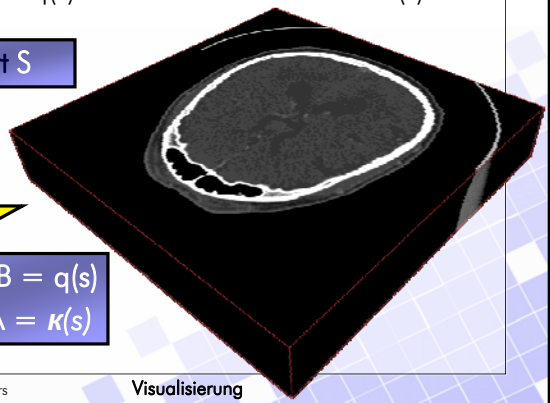
26

Woher bekomme ich Absorption $\kappa(s)$ und Emission q(s) ? → Transferfunktionen T(s)

Skalarwert S

T(s)

Emission RGB = q(s)
Absorption A = $\kappa(s)$



Transferfunktion

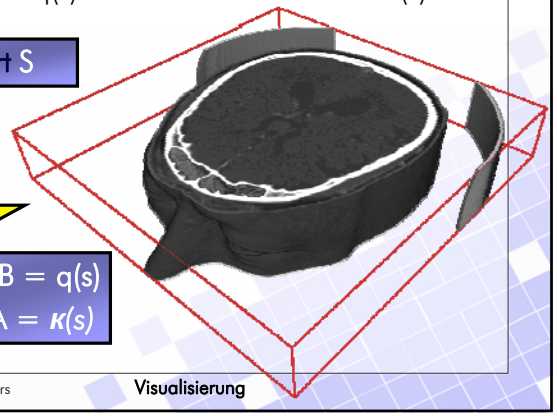
27

Woher bekomme ich Absorption $\kappa(s)$ und Emission q(s) ? → Transferfunktionen T(s)

Skalarwert S

T(s)

Emission RGB = q(s)
Absorption A = $\kappa(s)$



Transferfunktion

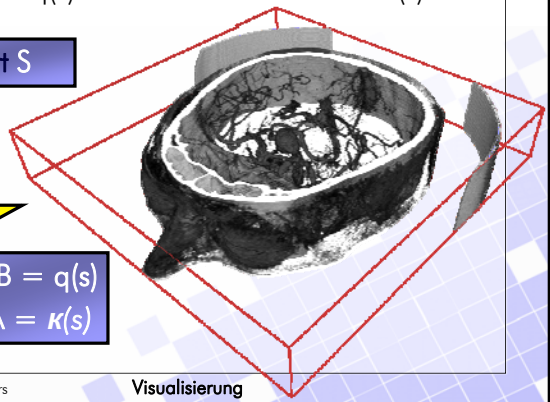
28

Woher bekomme ich Absorption $\kappa(s)$ und Emission q(s) ? → Transferfunktionen T(s)

Skalarwert S

T(s)

Emission RGB = q(s)
Absorption A = $\kappa(s)$



Transferfunktion

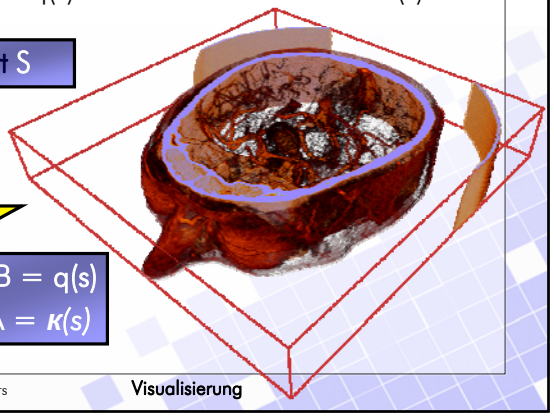
29

Woher bekomme ich Absorption $\kappa(s)$
und Emission q(s) ? → Transferfunktionen T(s)

Skalarwert S

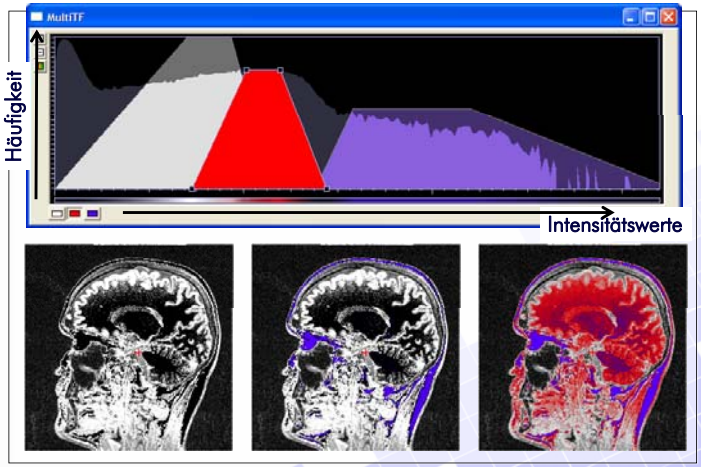
T(s)

Emission RGB = q(s)
Absorption A = $\kappa(s)$



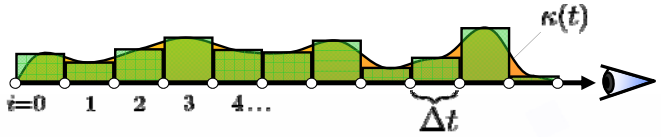
Transferfunktionen

30



Numerische Lösung

31



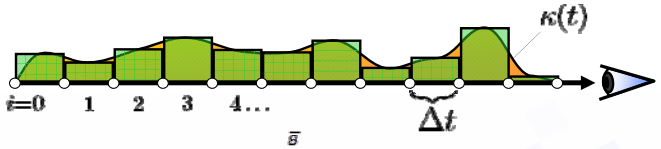
Absoprtion: $\tau(t,s) = \int_t^s \kappa(\hat{t})\, d\hat{t}$

Approximiere Integral durch Riemann Summe:

$$\tau(t,s) \approx \sum_{i=\bar{t}}^{\bar{s}} \kappa(i \cdot \Delta t)\Delta t, \quad \bar{s} = \lfloor s/\Delta t \rfloor$$

Numerische Lösung

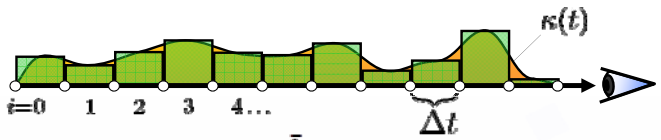
32



$$\tau(t,s) \approx \tilde{\tau}(t,s) = \sum_{i=\bar{t}}^{\bar{s}} \kappa(i \cdot \Delta t)\Delta t, \quad \bar{s} = \lfloor s/\Delta t \rfloor$$

$$e^{-\tilde{\tau}(t,s)} = e^{-\sum_{i=\bar{t}}^{\bar{s}} \kappa(i \cdot \Delta t)\Delta t}$$

Numerische Lösung



$$\tau(t,s) \approx \tilde{\tau}(t,s) = \sum_{i=\bar{t}}^{\bar{s}} \kappa(i \cdot \Delta t)\Delta t, \quad \bar{s} = \lfloor s/\Delta t \rfloor$$

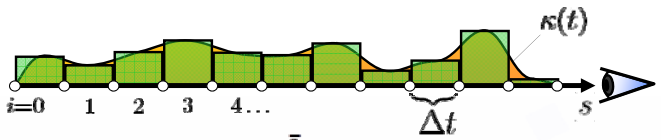
$$e^{-\tilde{\tau}(t,s)} = \prod_{i=\bar{t}}^{\bar{s}} e^{-\kappa(i\cdot\Delta t)\Delta t}$$

Jetzt wird die Opazität eingeführt:

$$A_i = 1 - e^{-\kappa(i\cdot\Delta t)\,\Delta t}$$

(κ klein → geringe Absorption → geringe Opazität)

Numerische Lösung



$$\tau(t,s) \approx \tilde{\tau}(t,s) = \sum_{i=\bar{t}}^{\bar{s}} \kappa(i \cdot \Delta t)\Delta t, \quad \bar{s} = \lfloor s/\Delta t \rfloor$$

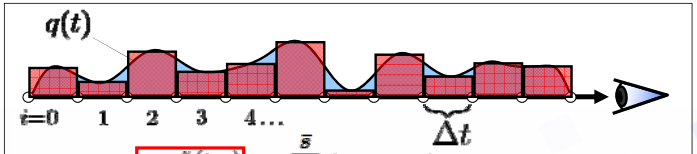
$$e^{-\tilde{\tau}(t,s)} = \prod_{i=\bar{t}}^{\bar{s}} (1 - A_i)$$

Jetzt wird die Opazität eingeführt:

$$1 - A_i = e^{-\kappa(i\cdot\Delta t)\,\Delta t}$$

(κ klein → geringe Absorption → geringe Opazität)

Numerische Lösung

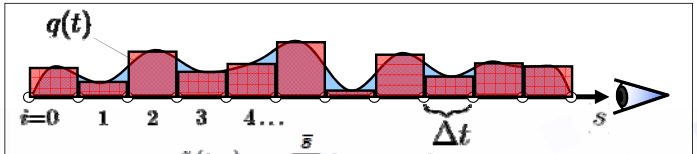


$$e^{-\tilde{\tau}(t,s)} = \prod_{i=\bar{t}}^{\bar{s}} (1 - A_i)$$

$$q(t) \approx C_i = c(i \cdot \Delta t)\,\Delta t$$

$$\tilde{C} = \sum_{i=0}^{\bar{s}} C_i e^{-\tilde{\tau}(i\cdot\Delta t, s)}$$

Numerische Lösung

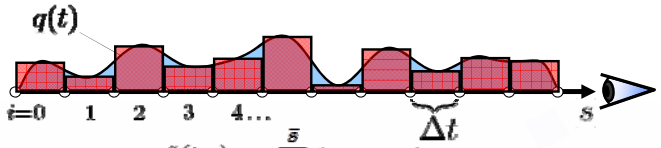


$$e^{-\tilde{\tau}(t,s)} = \prod_{i=\bar{t}}^{\bar{s}} (1 - A_i)$$

$$q(t) \approx C_i = c(i \cdot \Delta t)\,\Delta t$$

$$\tilde{C} = \sum_{i=0}^{\bar{s}} C_i \prod_{j=i+1}^{\bar{s}} (1 - A_j)$$

Numerische Lösung



$$e^{-\tilde{\tau}(t,s)} = \prod_{i=\bar{t}}^{\bar{s}} (1 - A_i)$$

$$\tilde{C} = \sum_{i=0}^{\bar{s}} C_i \prod_{j=i+1}^{\bar{s}} (1 - A_j)$$

Kann rekursiv berechnet werden:

$$C'_i = C_i + (1 - A_i) C'_{i-1}$$

Lichtenergie an der Position *i* | Lichtenergie emittiert an Position *i* | Absorption an Position *i* | Lichtenergie an der Position *i–1*

Numerische Lösung

- Zusammengefasst erhält man

$$\tilde{C} = \sum_{i=0}^{\bar{s}} C_i \prod_{j=i+1}^{\bar{s}} (1 - A_j)$$

bzw. mit dem Farbbeitrag $C_i = q_i \cdot A_i$ die Lichtintensität

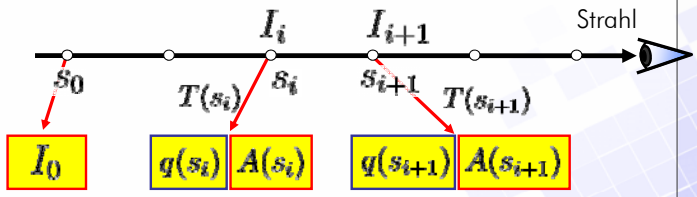
$$I = \sum_{i=0}^{\bar{s}} q_i \cdot A_i \prod_{j=i+1}^{\bar{s}} (1 - A_j)$$

$$= (1 - A_{\bar{s}}) (\ldots ((1 - A_2) ((1 - A_1) A_0 \cdot q_0) + A_1 \cdot q_1) \ldots) + A_{\bar{s}} q_{\bar{s}} \quad (1)$$

$$= A_{\bar{s}} q_{\bar{s}} + (1 - A_{\bar{s}}) (A_{\bar{s}-1} q_{\bar{s}-1} + (1 - A_{\bar{s}-1}) (A_{\bar{s}-2} q_{\bar{s}-2} + \ldots (1 - A_1) A_0 \cdot q_0) \ldots) \quad (2)$$

Diskrete Lösung des Integrals

Werte das Skalarfeld an diskreten Punkten entlang des Strahls entsprechend Gleichung (1) („innen nach außen") aus:

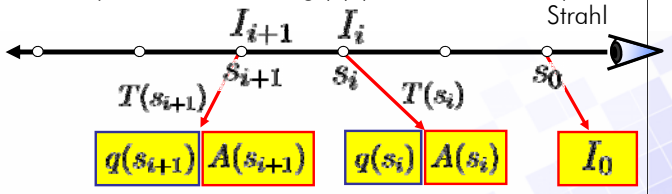


Back-to-front Compositing mit $\alpha = A(s_{i+1})$

$$I_{i+1} = \alpha \cdot q(s_{i+1}) + (1 - \alpha) I_i$$

Diskrete Lösung des Integrals

Werte das Skalarfeld an diskreten Punkten entlang des Strahls entsprechend Gleichung (2) („links nach rechts") aus:



Front-to-back Compositing. $I_0 = 0;\ T_0 = 1;$

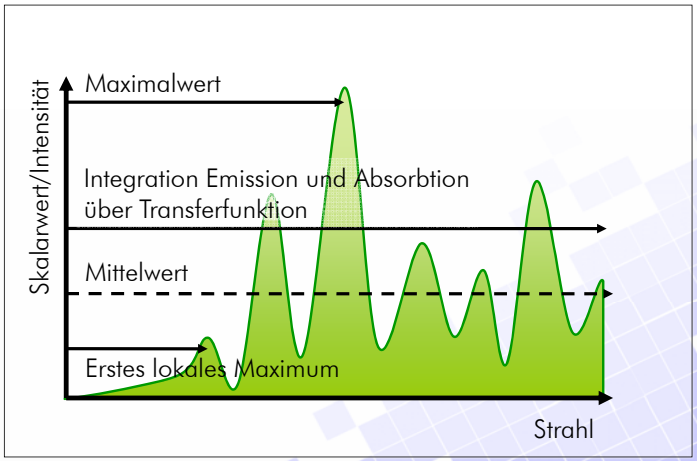
$$I_{i+1} = I_i + T_i \cdot A(s_i) \cdot q(s_i)$$

$$T_{i+1} = T_i \cdot (1 - A(s_i))$$

Early Ray Termination
Berechnung abbrechen, wenn
$T_i \approx 0$

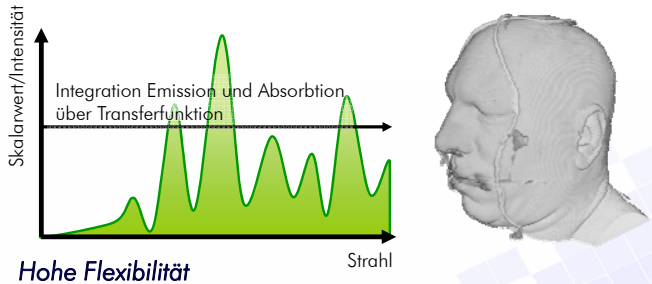
Alternative Compositing-Verfahren

41



Compositing - Integration

42

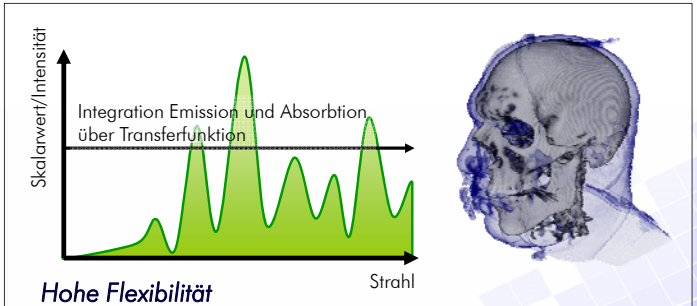


Hohe Flexibilität

- semi-transparente Darstellung, „weiche Kanten".
- Bereiche im Datensatz können unterschiedlich dargestellt werden.
- ***Nachteil:*** Einstellung der Transferfunktion ist aufwändig.

Compositing - Integration

43



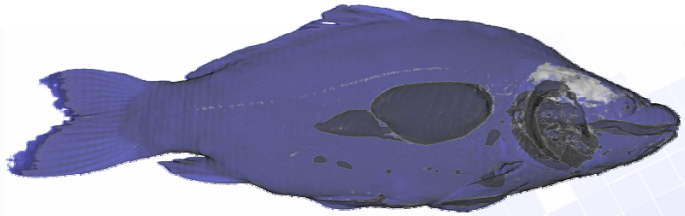
Hohe Flexibilität

- semi-transparente Darstellung, „weiche Kanten".
- Bereiche im Datensatz können unterschiedlich dargestellt werden.
- ***Nachteil:*** Einstellung der Transferfunktion ist aufwändig.

Beispiel Transferfunktion

44

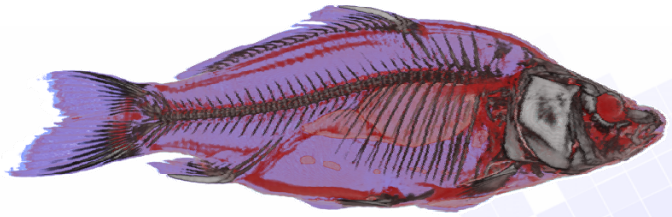
Karpfen (Computertomographie)



Beispiel Transferfunktion

45

Karpfen (Computertomographie)

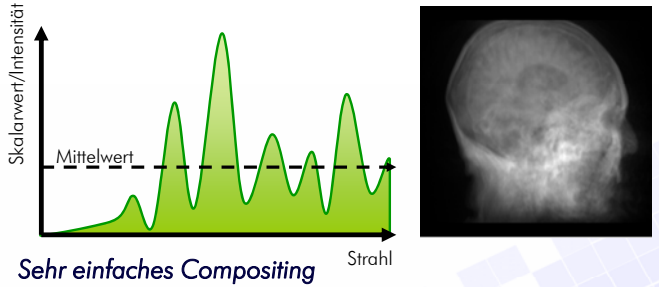


Die Transferfunktion erlaubt die ***Klassifikation*** der Daten.

- Welche Bereiche sollen welche Farbe haben?
- Welche Bereiche sollen transparent/semi-transparent oder opak dargestellt werden?

Compositing - Mittelwert

46

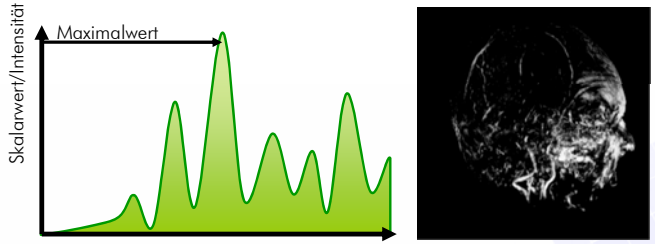


Sehr einfaches Compositing

- Ergebnisbilder sind ***Röntgenbildern*** sehr ähnlich.
- ***Nachteil:*** Geringe Flexibilität, keine Klassifikation
- ***Vorteil:*** Einstellung einer Transferfunktion ist nicht notwendig.

Compositing - MIP

47

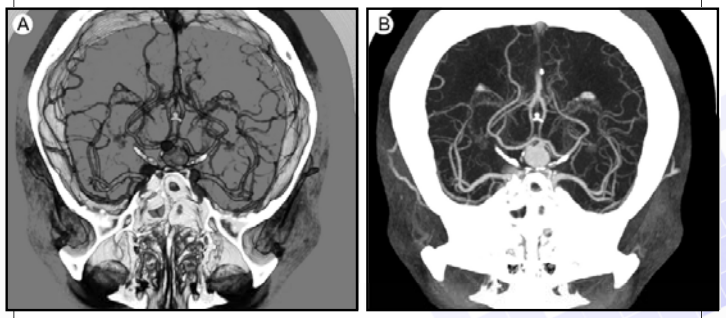


Maximum Intensity Projection (MIP)

- gut geeignet für Blutgefäße mit Kontrastmittel.
- ***Vorteil:*** Einstellung einer Transferfunktion nicht nötig
- ***Nachteil:*** Irreführende Tiefenrelationen! (Tiefeninformation geht verloren!)

Maximum Intensity Projection

48



Emission/Absorption *Maximum Intensity Projection*

Zusammenfassung Ray-Casting

- Bildraumverfahren: Bestimme einen Strahl für jeden Pixel des Ergebnisbildes
  - Berechne die Farbe des Pixels mittels
    - Integration von Emission und Absorption
    - Maximum Intensity Projektion ODER
    - Summation der Skalarwerte
  - Diskretisiere entlang des Strahls
    - Exakte Bestimmung der Schnittpunkte
    - Resampling äquidistant ODER
    - Rasterisierung (z.B. 3D Bresenham)

Literatur Ray-Casting

J. Foley, A. van Dam, S. Feiner, and J. Hughes.
Computer Graphics, Principle And Practice.
Addison-Wesley, 1993.

J Kajiya and B. Von Herzen.
Ray Tracing Volume Densities.
in *Proc. SIGGRAPH* 1984.

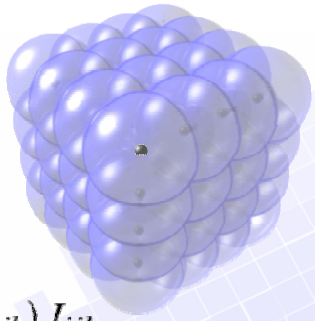
Paolo Sabella:
A Rendering Algorithm for Visualizing 3D Scalar Fields.
in *Proc. SIGGRAPH* 1988.

Marc Levoy:
Display of Surfaces form Volume Data.
in *IEEE Computer Graphics & Applications*, 8(5):29–37, 1988.

Objektraumverfahren

Jeder diskrete Datenpunkt im Volumen beeinflußt die optischen Eigenschaften des Raumes in einem bestimmten Bereich.

Dieser Bereich wird durch seine *charakteristische Funktion* $h(x, y, z)$ beschrieben.
(z.B. durch eine Kugel)



Das komplette Skalarfeldes läßt sich beschreiben als:

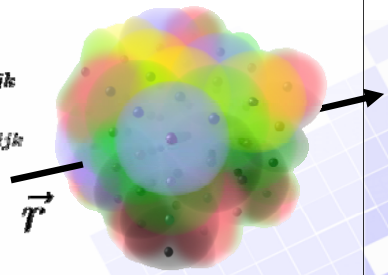
$$S(\vec{x}) = \sum_{i,j,k} h(\vec{x} - \vec{x}_{ijk})\, I_{ijk}$$

Objektraumverfahren

$$S(\vec{x}) = \sum_{i,j,k} h(\vec{x} - \vec{x}_{ijk})\, I_{ijk}$$

Die Transferfunktion wird nun angewendet: $I_{ijk} \rightarrow q_{ijk}$

$$S_q(\vec{x}) = \sum_{i,j,k} h(\vec{x} - \vec{x}_{ijk})\, q_{ijk}$$



Das Integral der Emissionen entlang eines Sehstrahles:

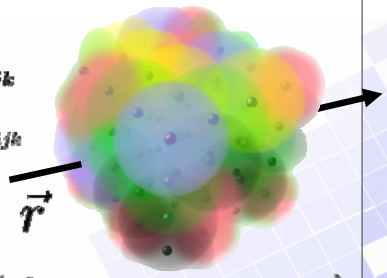
$$\int S_q(\vec{x} + t\vec{r})\, dt = \int \sum_{i,j,k} h(\vec{x} - \vec{x}_{ijk} + t\vec{r})\, q_{ijk}\, dt$$

Objektraumverfahren

$$S(\vec{x}) = \sum_{i,j,k} h(\vec{x} - \vec{x}_{ijk})\, I_{ijk}$$

Die Transferfunktion wird nun angewendet: $I_{ijk} \rightarrow q_{ijk}$

$$S_q(\vec{x}) = \sum_{i,j,k} h(\vec{x} - \vec{x}_{ijk})\, q_{ijk}$$



Das Integral der Emissionen entlang eines Sehstrahles:

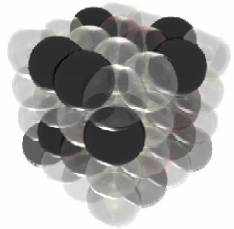
$$\int S_q(\vec{x} + t\,\vec{r})\, dt = \sum_{i,j,k} \left(\int h(\vec{x} - \vec{x}_{ijk} + t\,\vec{r})\, dt \cdot q_{ijk} \right)$$

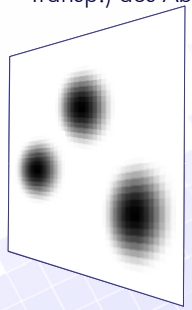
Splatting

$$\int S_q(\vec{x} + t\,\vec{r})\, dt = \sum_{i,j,k} \left(\int h(\vec{x} - \vec{x}_{ijk} + t\,\vec{r})\, dt \cdot q_{ijk} \right)$$

Der Beitrag eines Abtastpunkts zum Ergebnisbild *(footprint)*

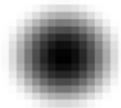
Visuelle Quantität (Farbe, Transp.) des Abtastpunkts



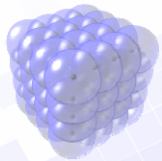


Splatting-Algorithmus

Das Abbild („footprint“) eines einzelnen Voxels kann vorberechnet, und als eine Maske gespeichert werden.



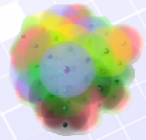
Alle Voxel werden in der Reihenfolge von hinten nach vorne auf die Bildebene projiziert.



Für jeden Voxel wird nun

- der Mittelpunkt auf die Bildebene projiziert,
- die Maske mit dem Emissionswert gewichtet
- mit dem durch lineares blending verarbeitet:

$$\mathrm{RGB}_{\mathrm{dest}} = (1 - A_{\mathrm{src}}) \cdot \mathrm{RGB}_{\mathrm{dest}} + A_{\mathrm{src}} \cdot \mathrm{RGB}_{\mathrm{src}}$$



Literatur Splatting

L. Westover.
Footprint Evaluation for Volume Rendering.
In *Proc. SIGGRAPH* 1990

L. Westover.
Splatting: A Parallel, Feed-Forward Volume Rendering Algorithm.
PhD Thesis, UNC Chapel Hill, 1991

K. Mueller, T. Möller, and R. Crawfis.
Splatting Without the Blur.
in Proc. IEEE Visualization, 1999.

Der Shear-Warp Algorithmus

57

Hybridverfahren: Mischung zwischen Bildraum- und Objektraumverfahren

- Das schnellste der reinen Software-Verfahren.

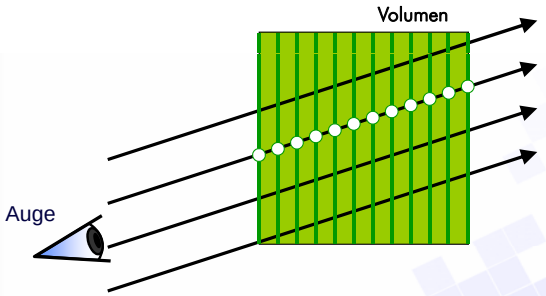
Berechnung des Ergebnisbildes in zwei Schritten:

- **Objektraumverfahren:** Erzeuge zunächst ein verzerrtes Zwischenbild
- **Bildraumverfahren:** Entzerre das Zwischenbild in einem 2D Nachbearbeitungsschritt

Der Shear-Warp Algorithmus

58

1. Fall: Parallelprojektion

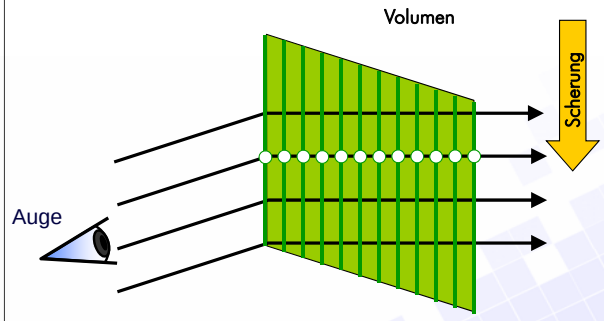


Schritt 1: Zerlege das Volumen in achsenparallele Schichten

Der Shear-Warp Algorithmus

59

1. Fall: Parallelprojektion

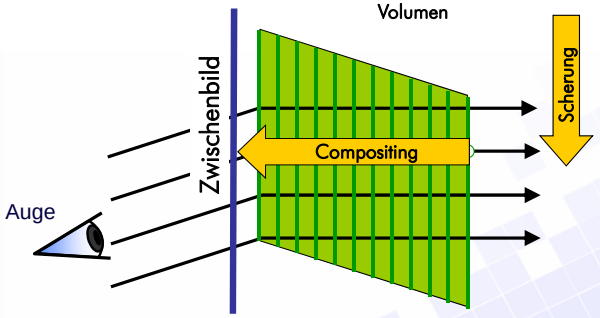


Schritt 2: Bestimme eine Scherung des Raumes so dass die Sehstrahlen senkrecht auf den Schichten stehen.

Der Shear-Warp Algorithmus

60

1. Fall: Parallelprojektion

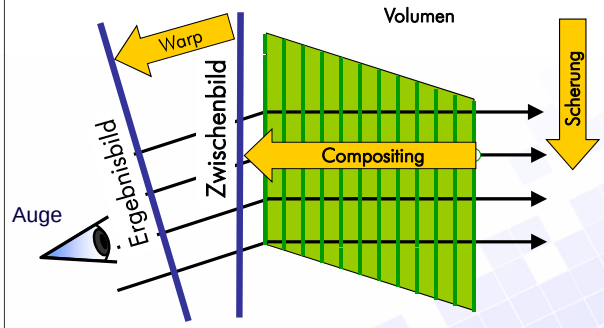


Schritt 3: Erzeugung eines (verzerrten) Bildes als Zwischenergebnis

Der Shear-Warp Algorithmus

61

1. Fall: Parallelprojektion

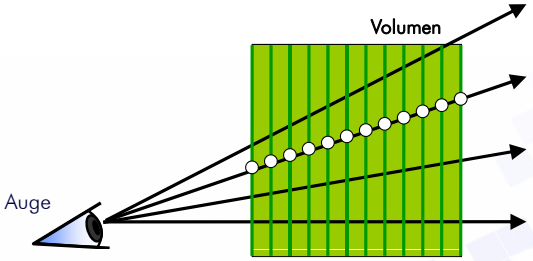


Schritt 4: Entzerrung (Warp) des Zwischenbildes liefert das Ergebnisbild.

Der Shear-Warp Algorithmus

62

2. Fall: Perspektivische Projektion

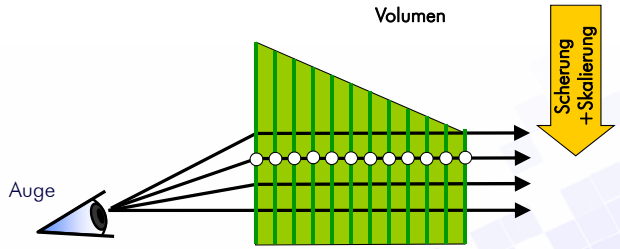


Schritt 1: Zerlege das Volumen in achsenparallele Schichten

Der Shear-Warp Algorithmus

63

2. Fall: Perspektivische Projektion

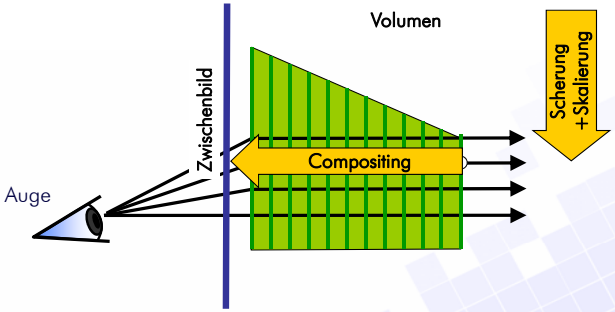


Schritt 2: Scherung und Skalierung, so daß die Sehstrahlen senkrecht auf den Schichten stehen.

Der Shear-Warp Algorithmus

64

2. Fall: Perspektivische Projektion

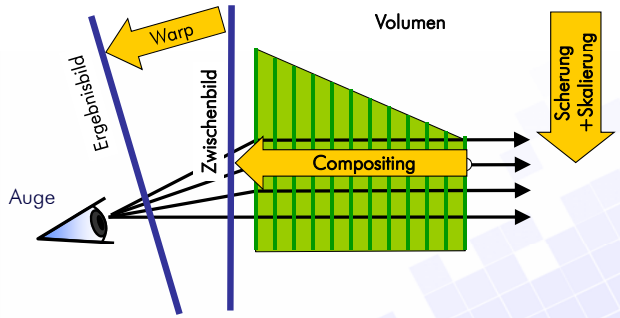


Schritt 3: Erzeugung eines (verzerrten) Bildes als Zwischenergebnis

Der Shear-Warp Algorithmus

65

2. Fall: Perspektivische Projektion



Schritt 4: Entzerrung (Warp) des Zwischenbildes liefert das Ergebnisbild.

Shear-Warp Algorithmus

66

Mathematisch gesehen:

- Faktorisierung der Viewing Matrix in eine 3D-Scherung und eine 2D-Verzerrung

$$\mathbf{M}_{view} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{M}_{warp}$$

$\mathbf{M}_{view}$ = Viewing Matrix
$\mathbf{S}$ = 3D Scherung
$\mathbf{M}_{warp}$ = 2D Verzerrung
$\mathbf{P}$ = Permutationsmatrix (Definition der Scherebene)

3 Schichtstapel im Speicher

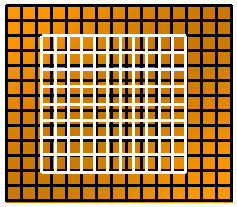
Shear Warp Algorithmus

67

- Was bringt das ganze?

Nützliche Eigenschaften:

1. Scanlines der Pixelstrahlen im Zwischenbild verlaufen parallel zu den Scanlines der Voxel im Datensatz.
2. Alle Voxel in einer Schicht werden mit dem gleichen Faktor skaliert.



Vorteil: Interpolationsgewichte müssen nicht für jeden Punkt einzeln berechnet werden.

Sie können Zeilen- und Spaltenweise berechnet werden.

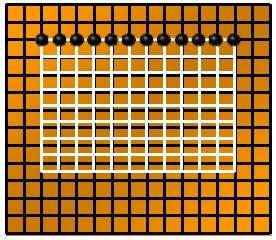
Shear Warp Algorithmus

68

- Was bringt das ganze?

Nützliche Eigenschaften:

3. *Nur bei Parallelprojektion:* Alle Voxelschichten haben den gleichen Skalierungsfaktor.



Dieser Faktor kann frei gewählt werden.

Wähle den Faktor so, dass für eine bestimmte Voxel-Scanline eine 1-zu-1 Abbildung zwischen Voxeln und Pixeln im Zwischenbild gibt.

Shear-Warp Algorithmus

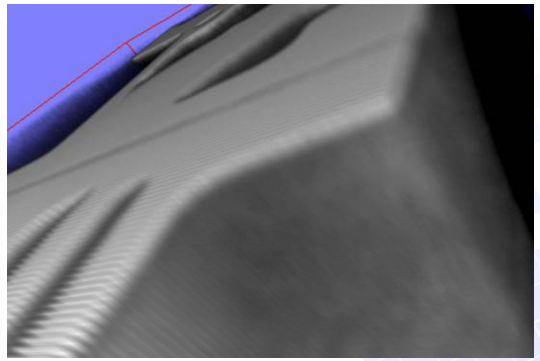
Vergleich

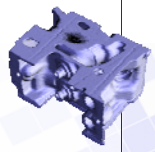
Shear-Warp

Ray-Casting

Shear-Warp Algorithmus

- Nachteil – Visuelle Bildartefakte (bei starkem Zoom)





Source: C Rezk-Salama, Erlangen

Zusammenfassung Shear Warp

Mischung aus Bildraum- und Objektraumverfahren:

1. Erzeuge ein verzerrtes Zwischenbild,
2. Entzerre dieses anschließend in einem 2D Schritt.

- Zerlege die Viewing-Matrix in
  - Scherung (+ Skalierung)
  - Permutationsmatrix
  - 2D Warp-Matrix
- Vorteile:
  - Effizientere Interpolationsberechnung
  - Schnellstes Software-Verfahren
- Nachteile:
  - 3-facher Speicherbedarf für 3 Schichtstapel.
  - visuelle Artefakte

Literatur Shear Warp

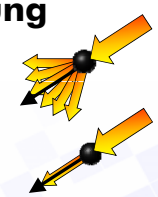
P. Lacroute and M.Levoy.
Fast Volume Rendering Using a Shear-Warp Factorization of the Viewing Transform.
In Comp.Graphics,28(4),1994.

Zusammenfassung

73

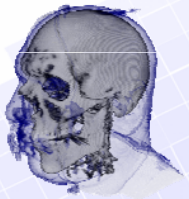
Direkte Volumenvisualisierung

- Optisches Modell:
  Emission, Absorption und Streuung
- Objektraum- und Bildraumverfahren
  (object order and image-order algorithms)



Standardverfahren:

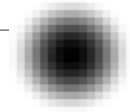
- *Ein Bildraumverfahren: Raycasting*
  Abtastung, Integration,
  Compositing (Over-operator)
- Alternatives Compositing
  (Mittelwert, Maximum)



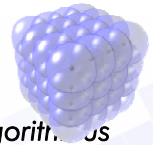
Zusammenfassung

74

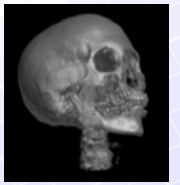
Standardverfahren



- *Ein Objektraumverfahren: Splatting*
  Bestimmung des Abdrucks (footprint)
  Projektion aller Voxel auf die Bildebene
  Compositing mit Over-Operator



- *Ein Hybridverfahren: Shear-Warp-Algorithmus*
  Zerlege die Viewing-Matrix in 3D Scherung und 2D Verzerrung
  Vereinfachte Interpolation der Schichten
  Schnellste Software-Implementierung
  Visuelle Bildartefakte



Nächste Stunde

75

- Hardware-beschleunigte Verfahren
  2D und 3D Texturebasierte Verfahren