Übung zu Computergraphik I

– Übungsblatt 4 –

Lehrstuhl für Computergraphik und Multimediasysteme

Rene Winchenbach, Jan Mußmann

Abgabe:	Bis spätestens 12. November, 10 Uhr
Besprechung:	Dienstag 19. November und Mittwoch 20. November
Gesamtpunktzahl nach Übungsblatt 4:	25 von 65

Hinweis: Die Programmieraufgaben müssen per E-Mail **an Jan Mußmann** eingereicht werden. Geben Sie dabei bitte immer Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer**, sowie Ihre **Übungsgruppe (Di. / Mi.)** an. Geben Sie nur die von Ihnen **geänderten Dateien** ab (`GLWidget.cpp`, `vs.glsl` und `fs.glsl`).

Aufgabe 1 Lineare Abbildungen (2 Punkte)

1.1 Welche der folgenden Funktionen von $\vec{\mathbf{v}} = (v_1, v_2)^T$ sind lineare Abbildungen? Geben Sie für die linearen Abbildungen jeweils die zugehörige Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ an. Ist die Matrix invertierbar? Jeweils mit Begründung.

a) $f_a(\vec{\mathbf{v}}) = (v_2, v_1)^T$

b) $f_c(\vec{\mathbf{v}}) = (0, 1)^T$

c) $f_b(\vec{\mathbf{v}}) = (v_1, v_1)^T$

1.2 Berechnen Sie die Matrix $\mathbf{A}$ einer linearen Abbildung $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $g(\vec{\mathbf{x}}) = \mathbf{A} \cdot \vec{\mathbf{x}}$, welche den Vektor $\vec{\mathbf{x}}_1 = (7, 2)^T$ auf $\vec{\mathbf{w}}_1 = (15, -11)^T$ und $\vec{\mathbf{x}}_2 = (2, -2)^T$ auf $\vec{\mathbf{w}}_2 = (-6, -16)^T$ abbildet.

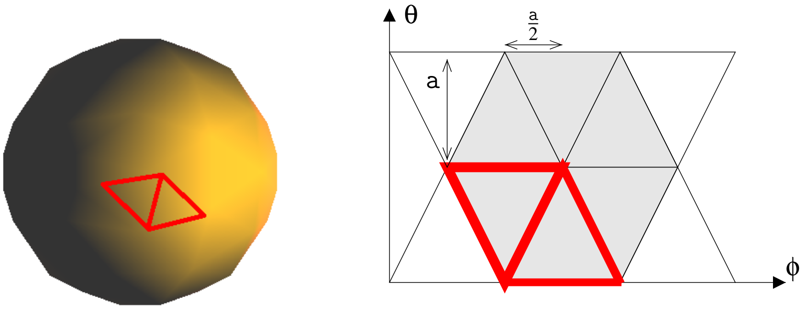
Aufgabe 2 Phong-Beleuchtung (6 Punkte)

In der folgenden Aufgabe soll eine kleine OpenGL-Anwendung geschrieben werden, in der eine beleuchtete Sphäre dargestellt wird. Nehmen Sie als Ausgangsbasis das auf der Webseite bereitgestellte Programmgerüst ueb04.zip. Um das Projekt zu kompilieren, folgen Sie der Anleitung auf der CG1 Übungsseite.

Das gegebene Programm enthält die Funktion `setupGeometry(float a, float r)`, die Punkte auf der Oberfläche einer Sphäre berechnet und darstellt. Die Berechnung der Oberflächenpunkte erfolgt in Abhängigkeit zweier Winkel $\theta \in [0, \pi]$ und $\phi \in [0, 2\pi]$ nach der folgenden Formel, wobei r der Sphärenradius ist:

$$\mathbf{r}(\theta, \phi) = r \begin{pmatrix} \sin\theta \ \cos\phi \\ \sin\theta \ \sin\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix}$$

Im Folgenden soll eine Triangulierung der Sphäre durchgeführt werden. Außerdem soll die Sphäre mit Hilfe des Phong-Modells beleuchtet werden. In der folgenden Abbildung ist die beleuchtete Sphäre sowie das Schema der Triangulierung zu sehen:



Anmerkung: Im Gegensatz zu Übung 3 werden in dieser Aufgabe die Positionen und Normalen in einem *QVector* gespeichert. Objekte dieser Klasse verwalten den Speicher für Sie dynamisch, so dass Sie die Daten leichter hinzufügen (`vertices << glm::vec3(x, y, z)`) und die Größe des aktuell verwendeten Speichers bestimmen können (`vertices.size()`).

2.1 Implementieren Sie die Phong-Beleuchtung im Vertex-Shader.

2.2 Ergänzen Sie die Funktion `setupGeometry(float a, float r)`, so dass die Sphäre als Dreiecksnetz dargestellt wird (siehe Abbildung). Sie können hierzu die bereits definierten `for`-Schleifen verwenden.
Hinweis: Mit den Tastatur-Tasten „+“ bzw. „–“, können sie den Wert `a` erhöhen bzw. verringern.

2.3 Erklären Sie das Verhalten des spekularen Lichtanteils bei kleinen Werten von `a`.[1] Erklären Sie wie sich der spekulare Lichtanteil verhielte, wenn man die Beleuchtung im Fragment-Shader implementieren würde.

2.4 Das Blinn-Phong-Modell verwendet im Unterschied zur Phong-Beleuchtung anstelle des reflektierten View-Vektors $\hat{\mathbf{r}}_v$ den sogenannten Half-Way-Vektor

$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{\hat{\mathbf{v}} + \hat{\mathbf{l}}}{\left\|\hat{\mathbf{v}} + \hat{\mathbf{l}}\right\|} \quad .$$

Anstelle des Terms $(\hat{\mathbf{l}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_v)$ in der Formel für den spekularen Lichtanteil wird das innere Produkt $(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{h}})$ gebildet. Implementieren Sie das Blinn-Phong-Modell und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Phong-Modell.

[1] Drücken Sie hierzu sehr oft die Taste „–“ auf Ihrer Tastatur.