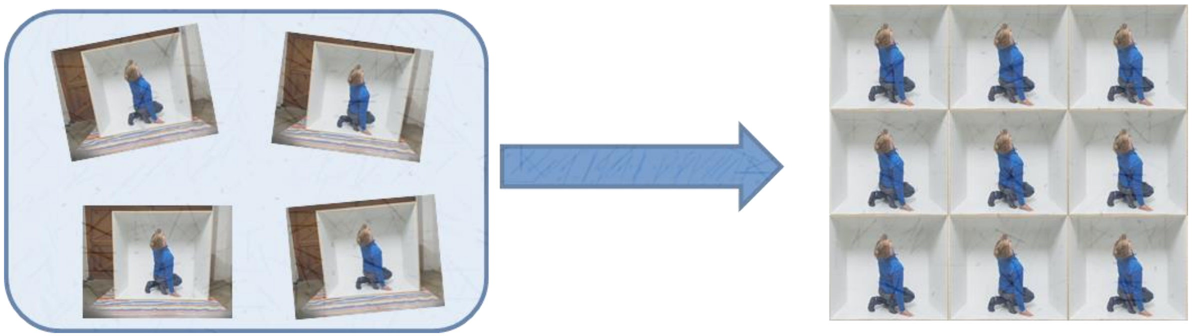
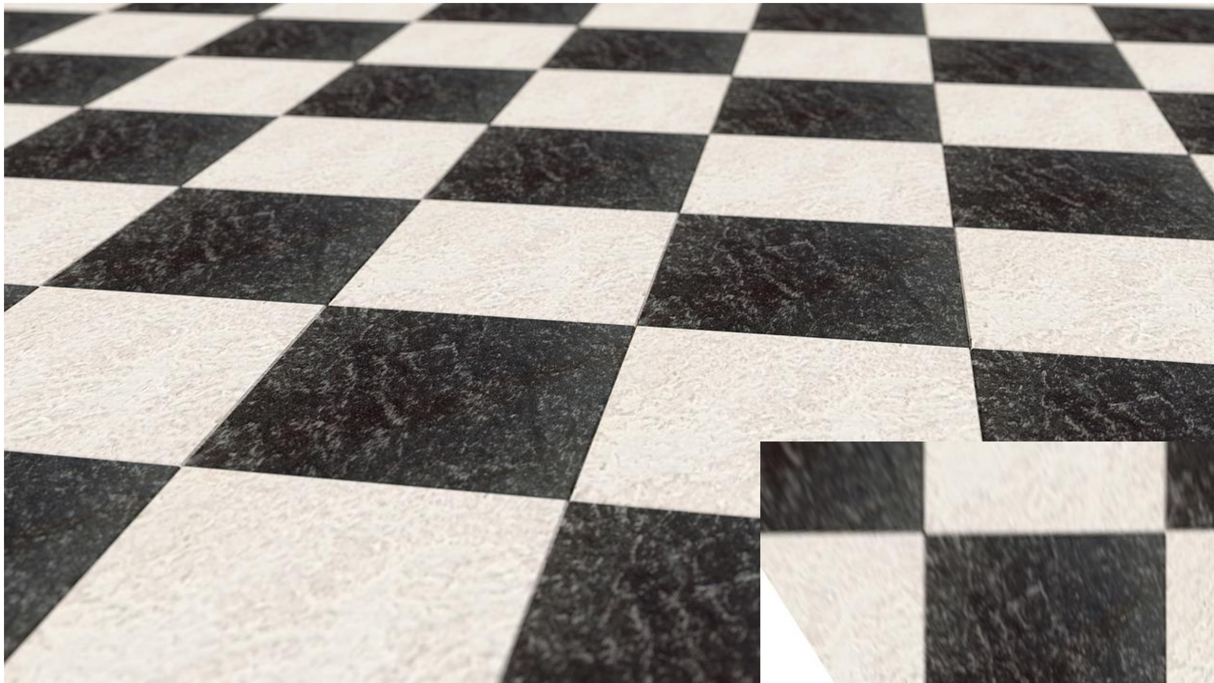
Digitale Bildverarbeitung 1

Einführung in die digitale Bilderverarbeitung
für Informatikstudierende im Bachelor

Vorlesung: Michael Möller – michael.moeller@uni-siegen.de
Übungen: Hannah Dröge – hannah.droege@uni-siegen.de



Bildinterpolation



Wie funktioniert das praktisch?

Michael Möller – michael.moeller@uni-siegen.de

Bildinterpolation

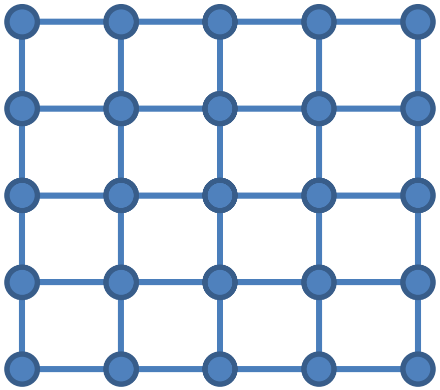
Wir erstellen nun ein Bild unter der Annahme, dass ALLE Bildpunkte in einer Ebene liegen!

Die Transformation (hier projektiv), wurde aus vier Punkten bestimmt.

$$\boldsymbol{x} = \frac{1}{(H\boldsymbol{a})_3} H\boldsymbol{a}$$

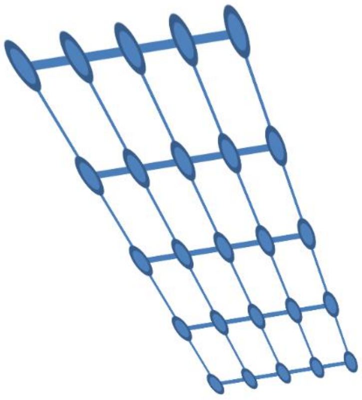
Die Relation gilt jedoch für alle Punkte in der gleichen Ebene!
Bei der Herleitung haben wir nur die Geometrie verwendet!

Bildinterpolation



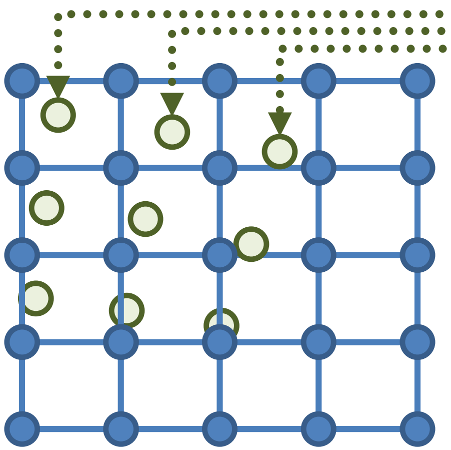
$$\boldsymbol{x} = \frac{1}{(H\boldsymbol{a})_3} H\boldsymbol{a}$$

Transformation (z.B. projektiv)



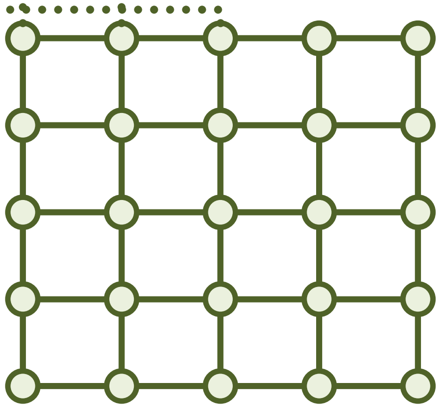
Koordinaten an denen das aktuelle Bild bekannt ist (=Pixel)

Koordinaten nach der Transformation
- nicht auf regulärem Gitter!



$$\boldsymbol{x}^q = \frac{1}{(H^{-1}\boldsymbol{x})_3} H^{-1}\boldsymbol{x}$$

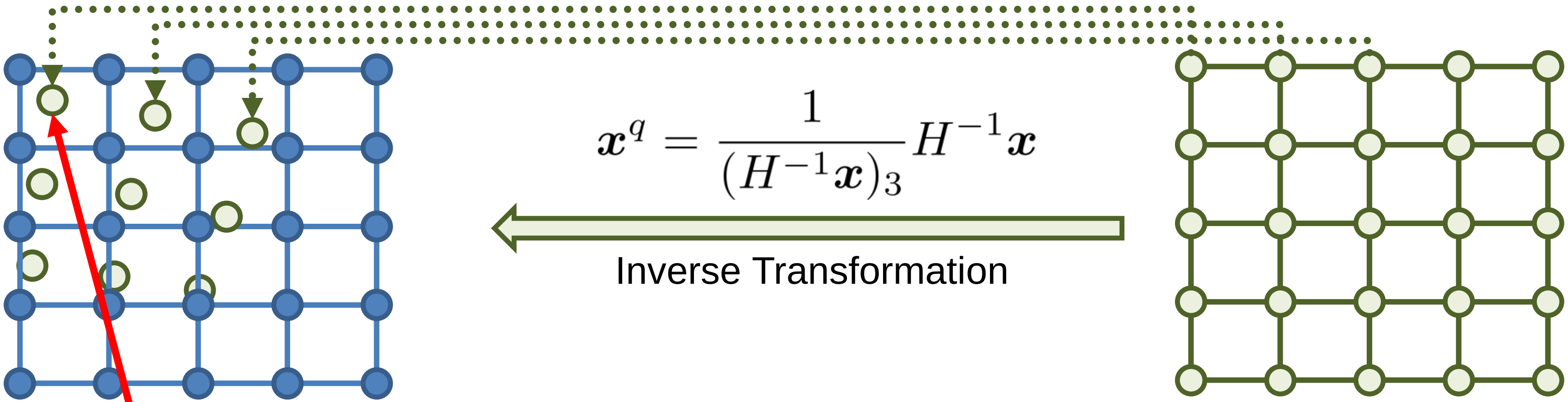
Inverse Transformation



Zielbild muss auf regulärem Gitter gesampled sein

Michael Möller – michael.moeller@uni-siegen.de

Bildinterpolation



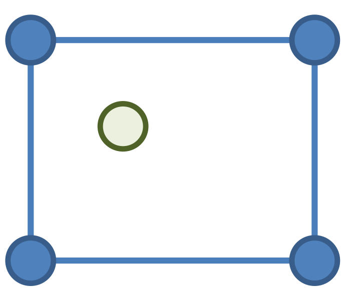
$$x^q = \frac{1}{(H^{-1}x)_3} H^{-1} x$$

Inverse Transformation

Zielbild muss auf regulärem Gitter gesampled sein

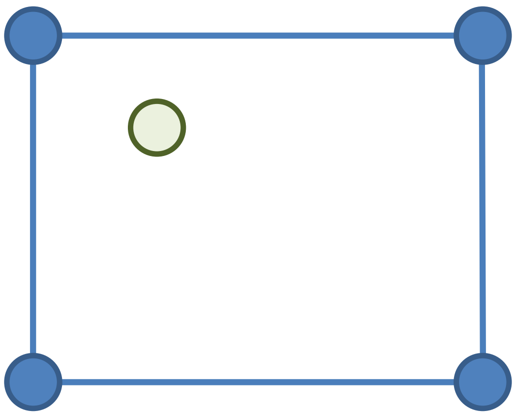
Was ist der Wert an diesem Pixel?

Wir müssen *interpolieren* (=den Wert an einer Stelle ausrechnen an der wir keinen Datenpunkt haben)!



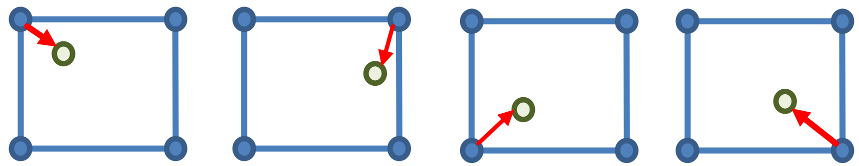
Bildinterpolation

Was ist der Wert an diesem Pixel?



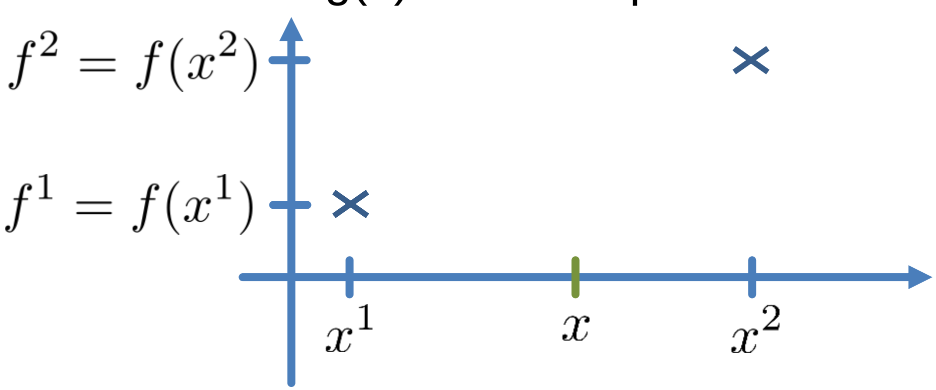
Einfachstes Modell: ***Nearest Neighbor***

Nimm den Wert des bekannten Pixels, der dem zu interpolierenden Punkt am nächsten ist!



Glatteres Interpolationsmodell: ***Bilinear Interpolation***

Wiederholung(?): Wie Interpoliert man linear in 1d?

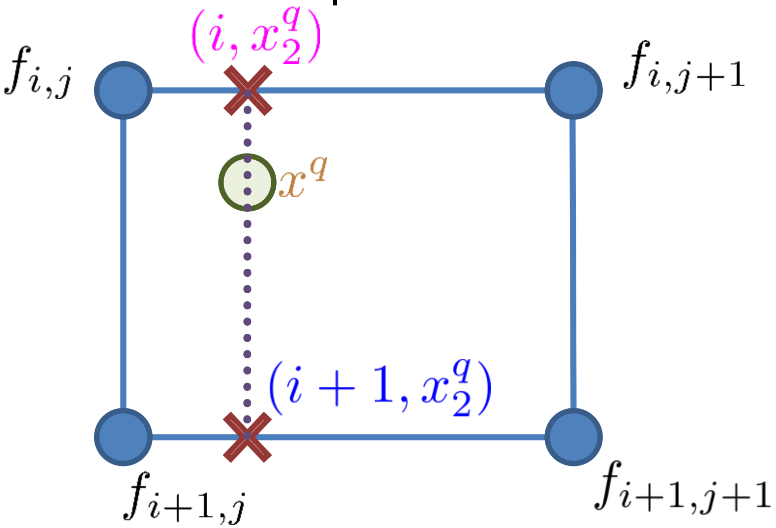


Wenn man annimmt, dass sich die Funktion f zwischen x^1 und x^2 linear verhält, was ist dann der Wert an der Stelle x ?

$$f(x) = \frac{x - x^1}{x^2 - x^1} f(x^2) + \frac{x^2 - x}{x^2 - x^1} f(x^1)$$

Bildinterpolation

Glatteres Interpolationsmodell: ***Bilineare Interpolation***



x^q Koordinaten des Punktes an dem wir den Wert wissen/interpolieren möchten

$$i = \text{floor}(x_1^q), \quad j = \text{floor}(x_2^q),$$

Was ist $f(x^q)$?

Trick: Interpoliere zweimal linear!

$$f(i+1, x_2^q) = (x_2^q - j)\; f_{i+1,j+1} + (j+1-x_2^q)\; f_{i+1,j}$$

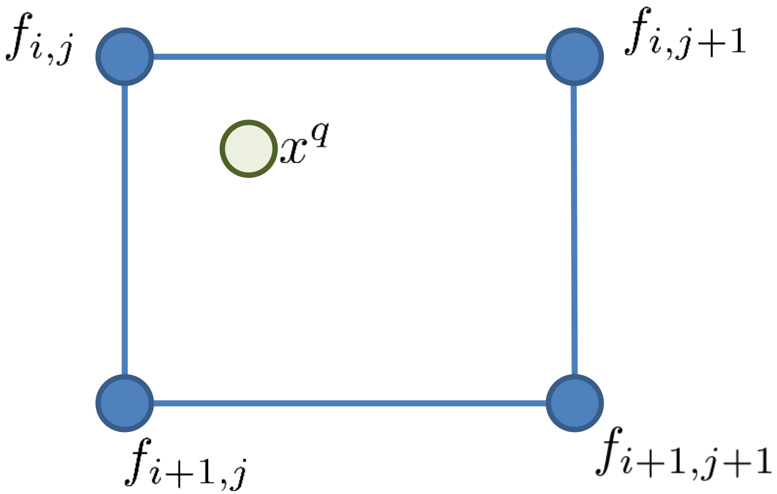
$$f(i, x_2^q) = (x_2^q - j)\; f_{i,j+1} + (j+1-x_2^q)\; f_{i,j}$$

$$f(x^q) = (x_1^q - i) f(i+1, x_2^q) + (i+1-x_1^q) f(i, x_2^q)$$

$$\boxed{\begin{aligned} f(x^q) = &(x_1^q - i)(x_2^q - j) f_{i+1,j+1} \quad + \quad (x_1^q - i)(j+1-x_2^q) f_{i+1,j} \\ &+ \; (i+1-x_1^q)(x_2^q - j) f_{i,j+1} \quad + \quad (i+1-x_1^q)(j+1-x_2^q) f_{i,j} \end{aligned}}$$

Bildinterpolation

Glatteres Interpolationsmodell: ***Bilineare Interpolation***



Alternative Interpretation: Wir machen den Ansatz

$$g(x_1, x_2) = \sum_{k=0}^{1} \sum_{l=0}^{1} w_{kl}\, x_1^k x_2^l$$

Bestimme die w_{kl} so, dass

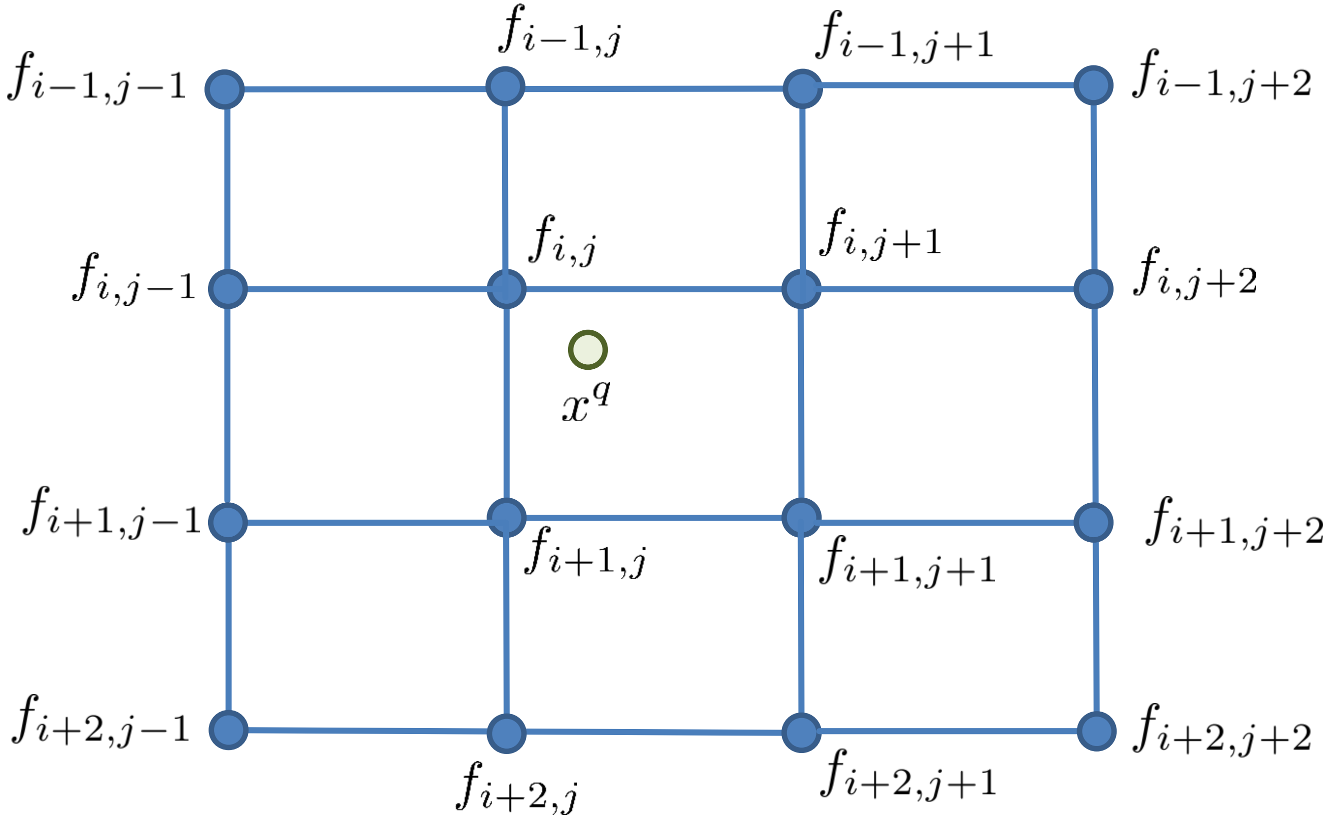
$$g(i,j) = f_{i,j} \qquad g(i+1,j) = f_{i+1,j}$$
$$g(i,j+1) = f_{i,j+1} \qquad g(i+1,j+1) = f_{i+1,j+1}$$

Dann werte $g(x_1^q, x_2^q)$ aus.

Bildinterpolation

Interpolationsmodell höherer Ordnung: ***Bikubische Interpolation***

Betrachte eine 4x4 Umgebung um den zu interpolierenden Punkt



Möglichkeit 1: Interpoliere kubisch erst in x- dann in y-Richtung

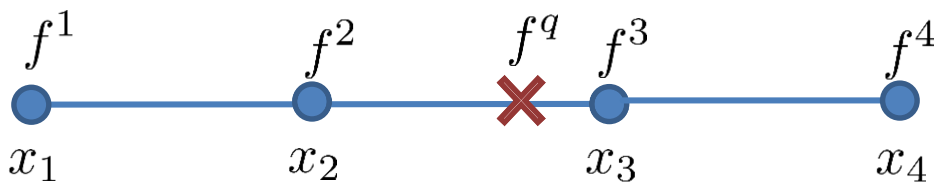
Möglichkeit 2: Suche direkt nach den Koeffizienten einer geeigneten Funktion

Bildinterpolation

Interpolationsmodell höherer Ordnung: ***Bikubische Interpolation***

Wert:

Koordinate:



Ansatz: Interpoliere mit einem Polynom 3. Grades

$$p(t) = w_0 + w_1 t + w_2 t^2 + w_3 t^3$$

Bestimme die w_i mittels

$$p(x_i) = f^i$$

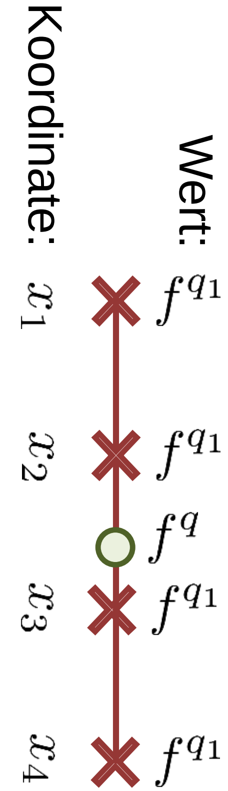
durch Lösen eines linearen Gleichungssystems!

Setze $f^q = p(x^q)$

Michael Möller – michael.moeller@uni-siegen.de

Bildinterpolation

Interpolationsmodell höherer Ordnung: ***Bikubische Interpolation***



Ansatz: Interpoliere mit einem Polynom 3. Grades

$$p(t) = w_0 + w_1 t + w_2 t^2 + w_3 t^3$$

Bestimme die w_i mittels

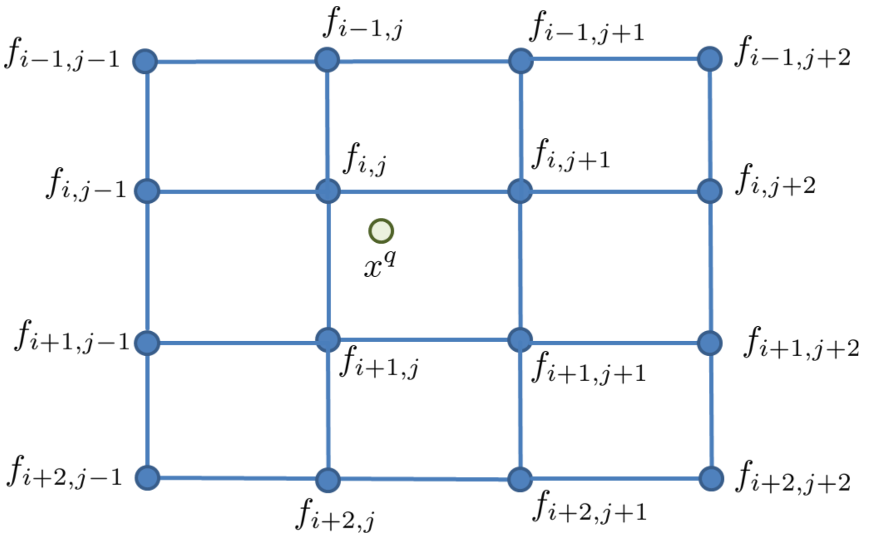
$$p(x_i) = f^i$$

durch Lösen eines linearen Gleichungssystems!

Setze $f^q = p(x^q)$

Bildinterpolation

Interpolationsmodell höherer Ordnung: ***Bikubische Interpolation***



Alternative mit gleichem Ergebnis:

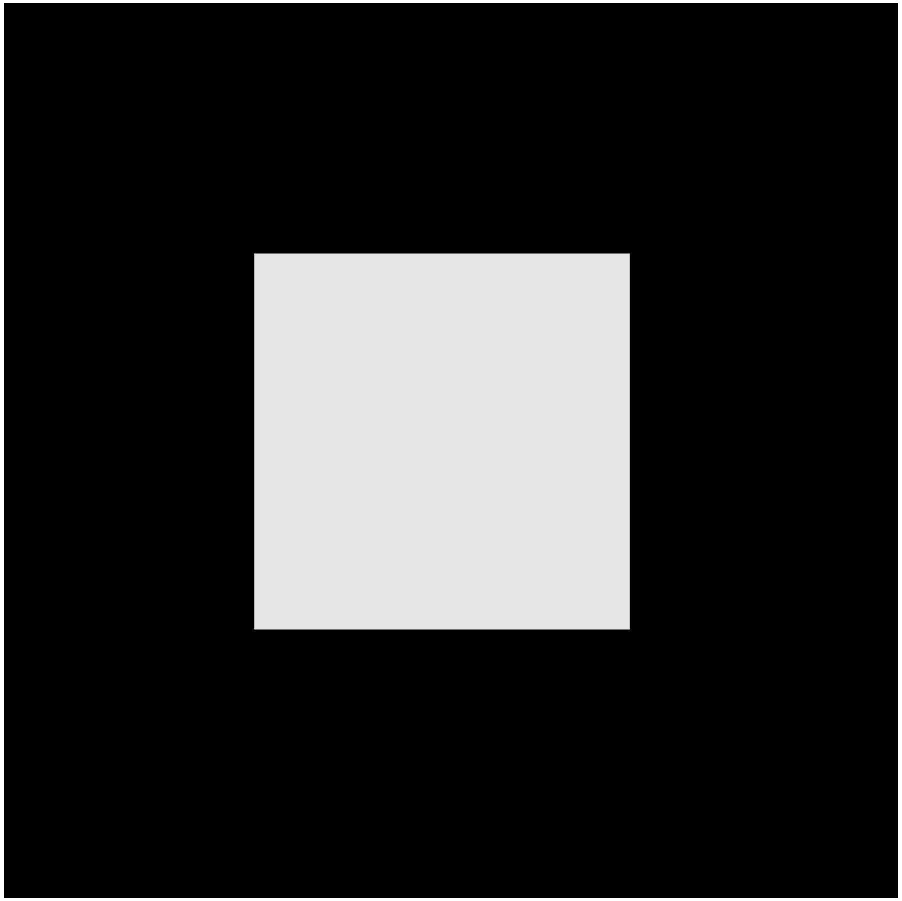
$$g(x_1, x_2) = \sum_{k=0}^{3} \sum_{l=0}^{3} w_{kl}\, x_1^k x_2^l$$

Finde die Koeffizienten durch Lösen eines LGS aus

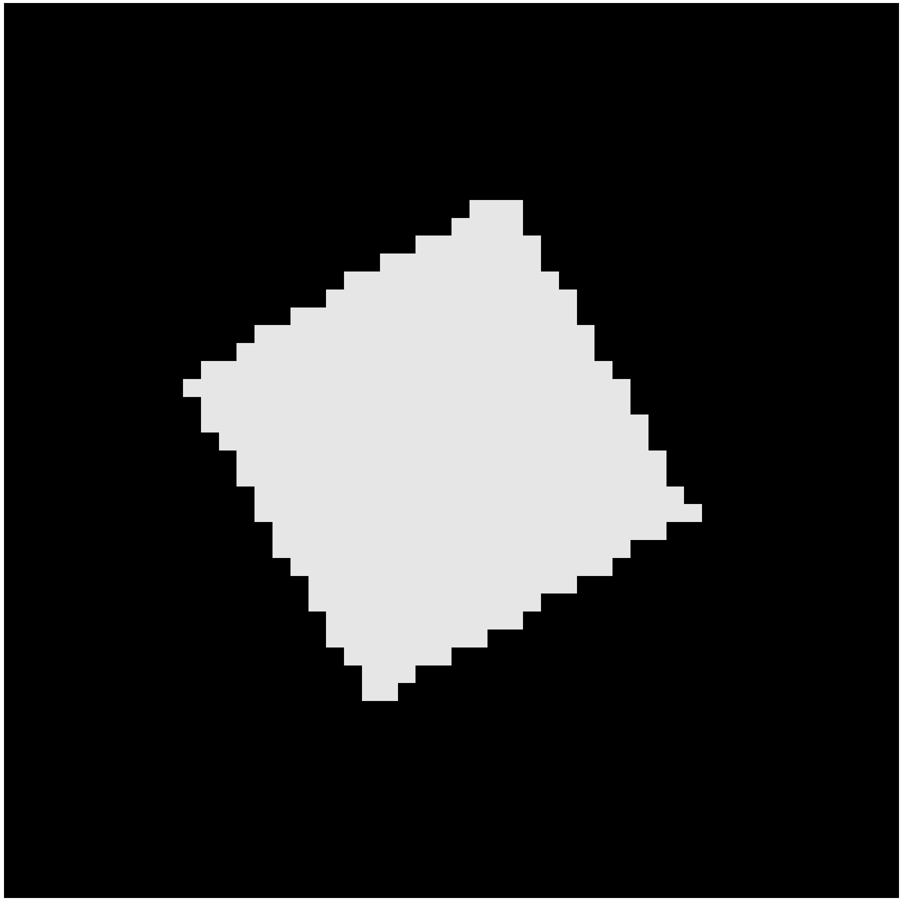
$$g(q, r) = f_{q,r} \quad \forall\ q \in \{i-1, i, i+1, i+2\}, \quad r \in \{j-1, j, j+1, j+2\}$$

Bestimme den zu interpolierenden Wert als $g(x_1^q, x_2^q)$

Bildinterpolation

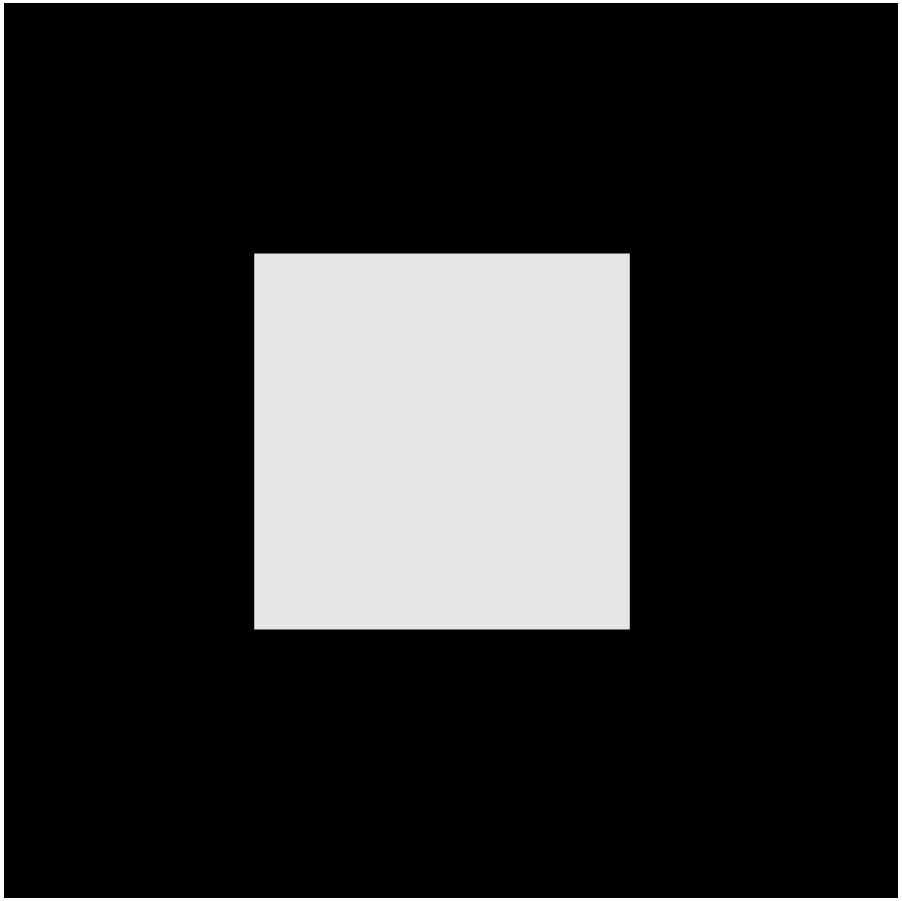


Ausgangsbild

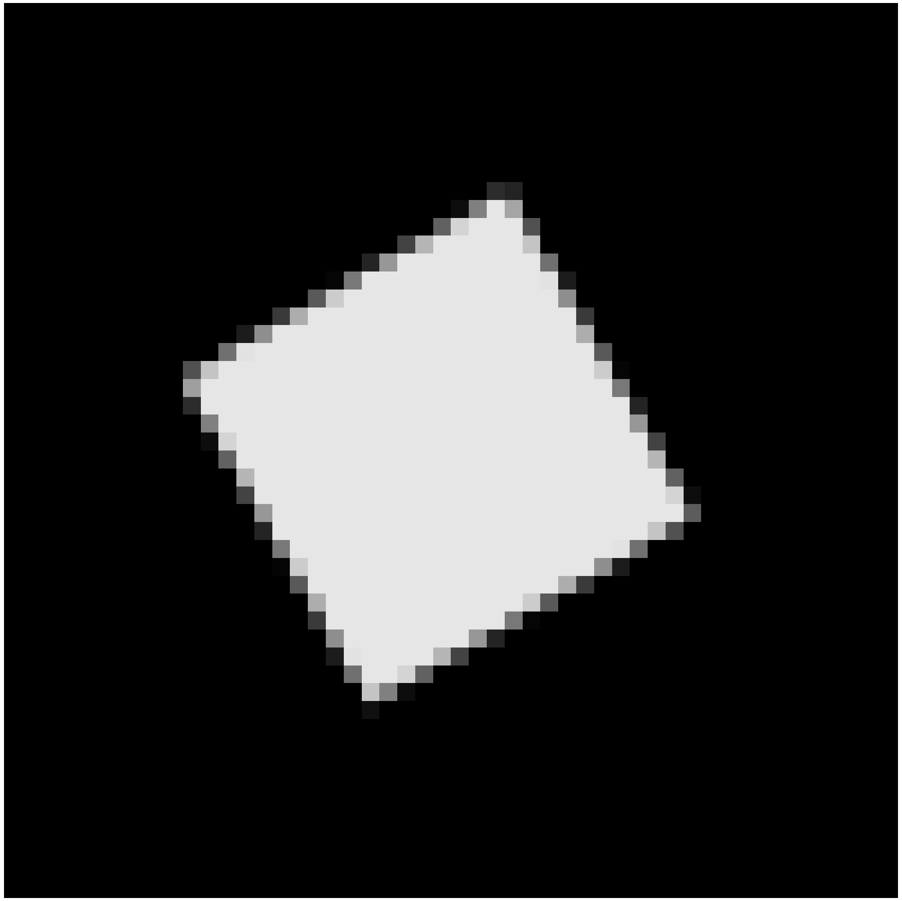


Rotiert, nearest neighbor

Bildinterpolation



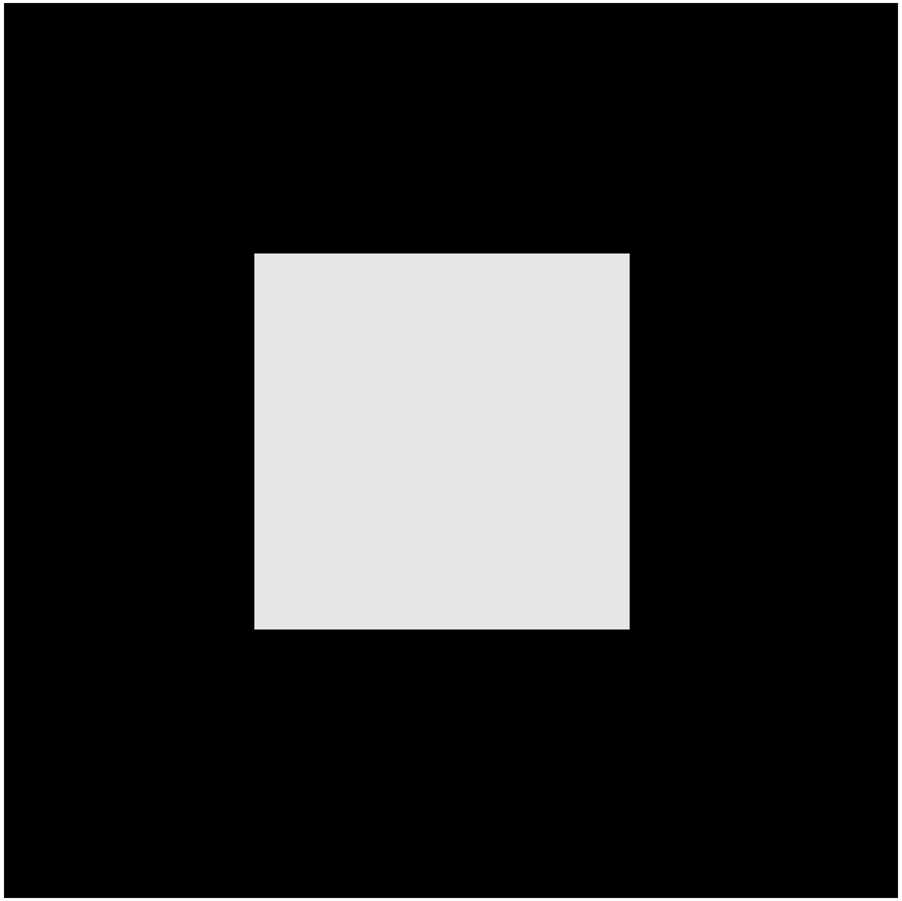
Ausgangsbild



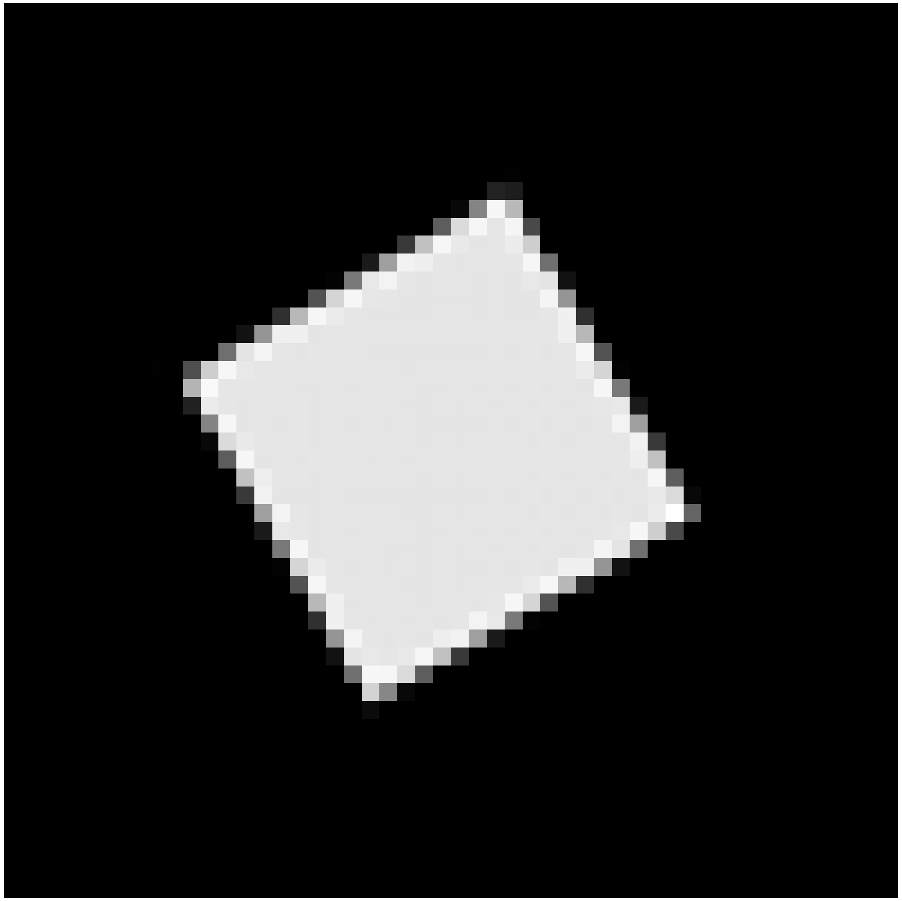
Rotiert, bilinear

Hier vergrößert durch nearest neighbors

Bildinterpolation



Ausgangsbild

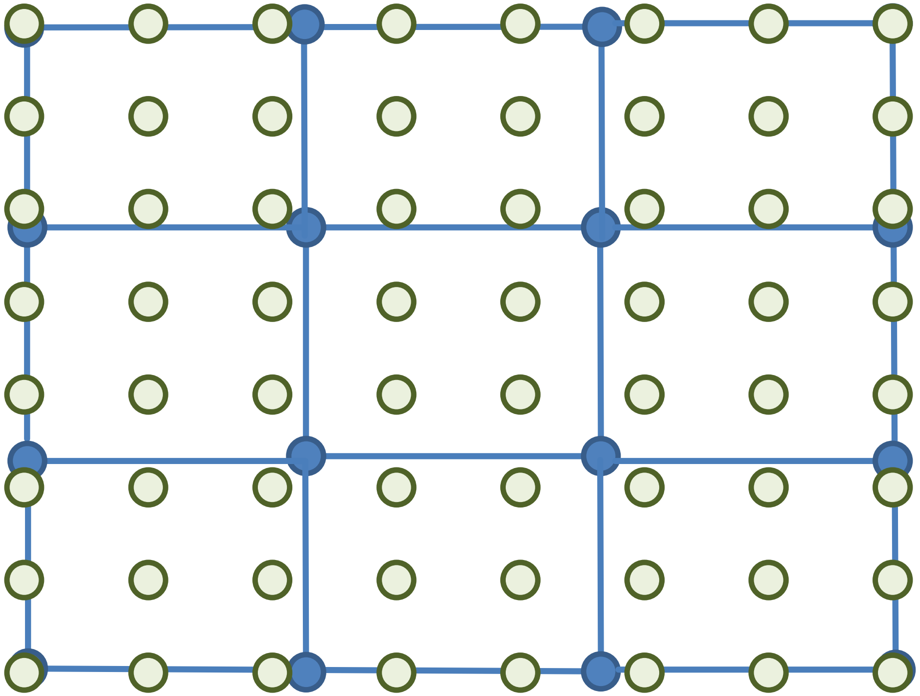


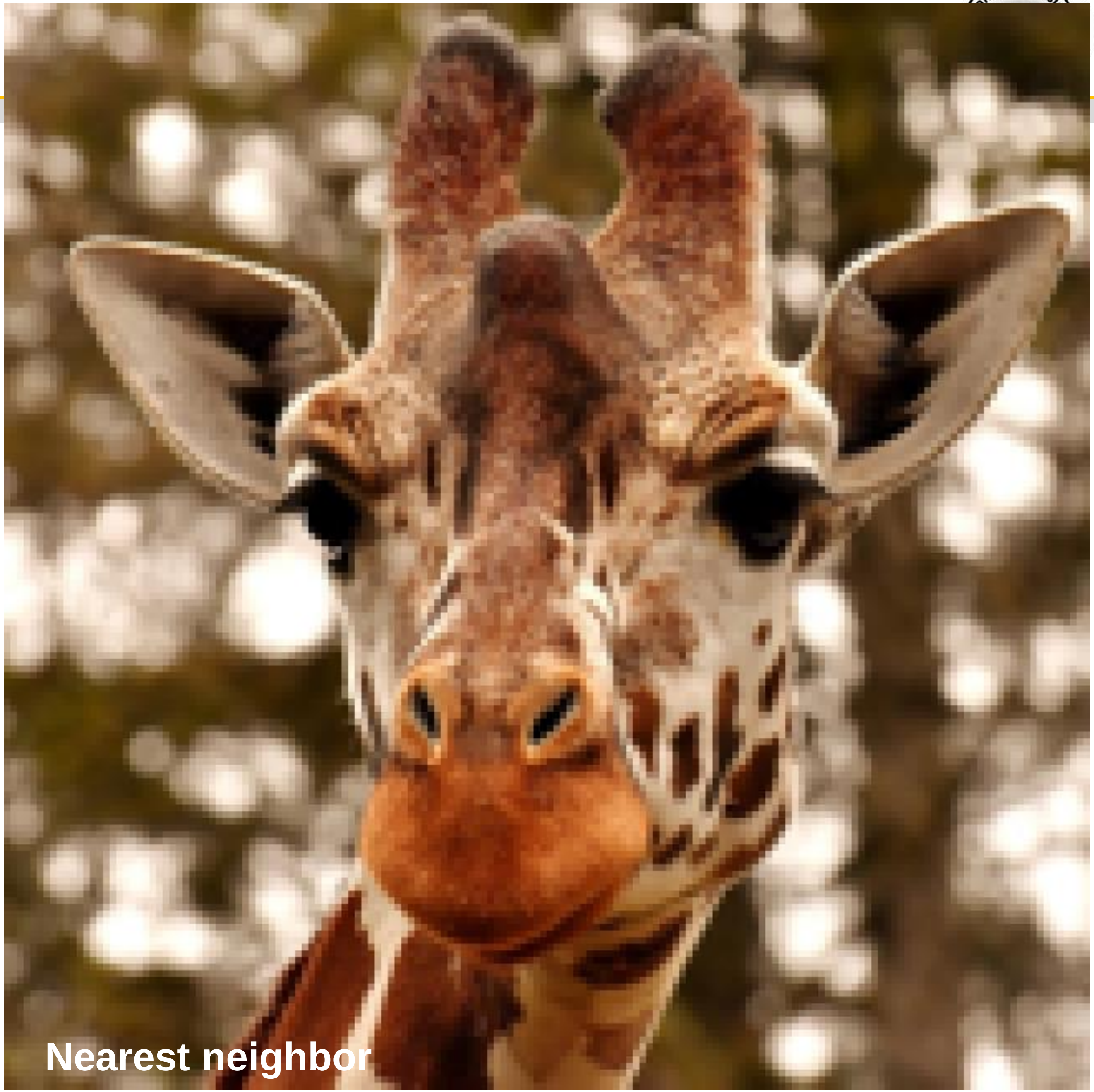
Rotiert, bikubisch

Hier vergrößert durch nearest neighbors

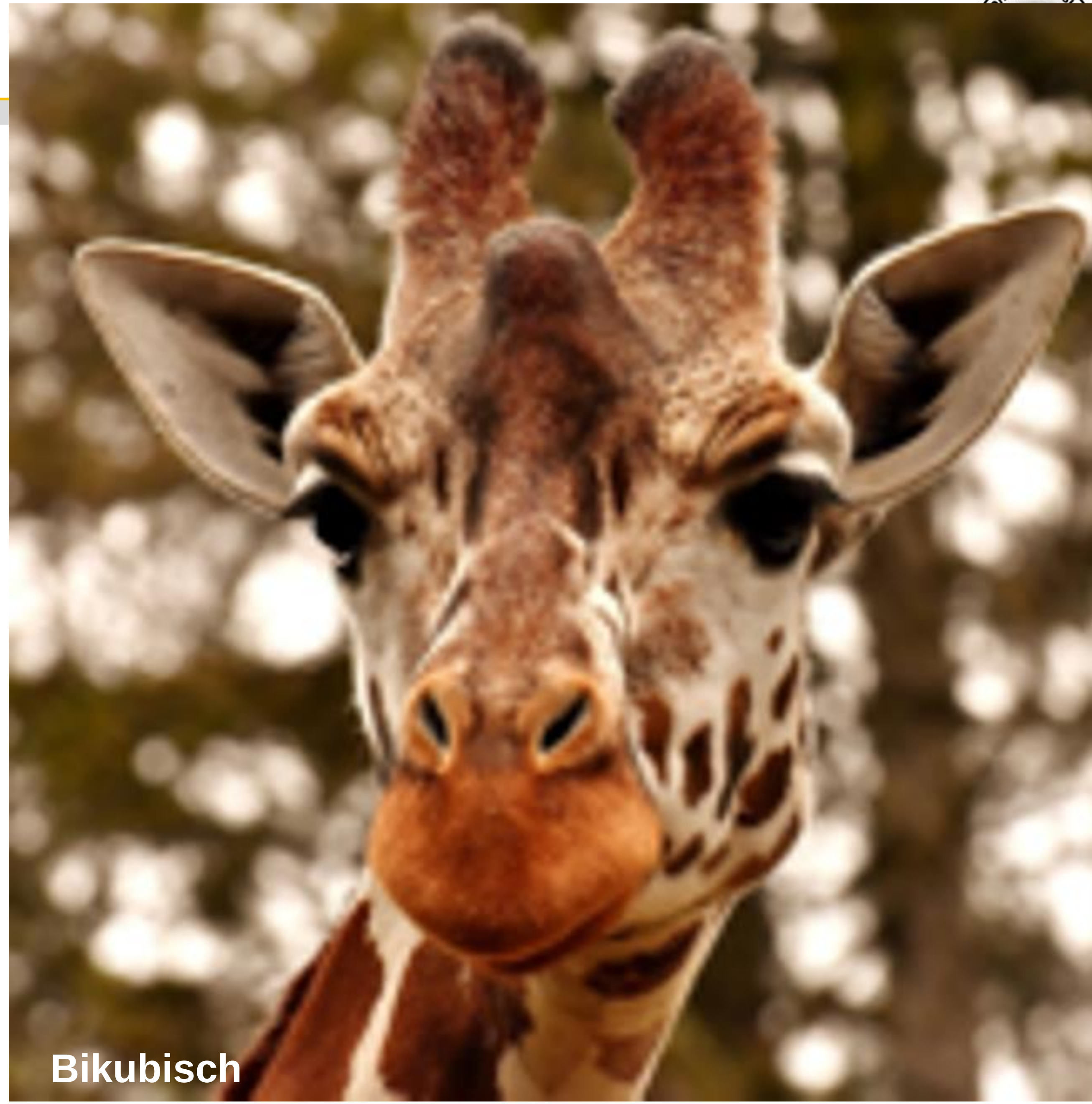
Bildinterpolation

Typische weitere Anwendung der Interpolation: Vergrößern von Bildern




Nearest neighbor


Bilinear


Bikubisch